2023年度 早稲田実業学校中等部(問題)

5 太郎と花子はさいころをそれぞれ 1 回振って、でた数が大きい方を勝ちとし、同じ場合は引き分けとするゲームをします。太郎のさいころは、1 から 6 までの整数が立方体の各面にひとつずつ書かれていて、各面の数の合計は 21 です。花子はオリジナルのさいころを使います。オリジナルのさいころも立方体で、合計が 21 となるように各面に数をひとつずつ書きますが、書くことができるのは 1 から 7 までの整数で、同じ数を複数の面に書いても構いません。

次の各問いに答えなさい。ただし、場合の数を数えるときは、書いてある数が同じであっても、面が異なるときは、異なる場合の数として数えることにします。

- (1) 花子のさいころに書かれている数が 1, 1, 4, 5, 5, 5 であるとき、次の , にあてはまる整数を答えなさい。

『花子が勝つ場合の数は 通りである。引き分けの場合の数は 6 通りあるので、太郎が勝つ婆の数は 通りである。』

- (2) 花子は、7 が出れば太郎に必ず勝てることに気づいたので、7 を 2 つ、7 以外の数を 4 つ書きました。この 7 以外の 4 つの数を a , b , c , d とします。
花子がさいころを振って a が出たとき、花子が勝つ場合の数は () 通りとなります。 にあてはまるものを、 a と数を用いて表しなさい。
また、このことを利用して、花子が勝つ場合の数は $(a + b + c + d + 8)$ 通りとなることを説明しなさい。

- (3) 花子は、さいころに新しい数を 6 つ書きました。このさいころでゲームをすると、太郎がかつ場合の数が 16 通りとなります。このさいころに書かれている数の組み合わせとして考えられるものは何通りありますか。ただし、少なくともひとつは 1 が書かれているものとします。

2023年度 早稲田実業学校中等部(解説)

5

(1) 花子が勝つ場合は

花子のさいころの目が4のとき・太郎のさいころの目が1, 2, 3の3通り。

花子のさいころの目が5のとき・太郎のさいころの目が1, 2, 3, 4の4通り。

花子のさいころは4の面が1つ, 5の面が3つあるので,

花子が勝つ場合は $3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$ 通り・ア。

また, 2人のさいころの目の出方は, 花子のさいころのそれぞれの面の目を区別するので $6 \times 6 = 36$ 通りある。

また, 花子のさいころの目がすべて6以下なので, あいこは6通りある。

よって, 太郎が勝つ場合の数は $36 - (15 + 6) = 36 - 21 = 15$ 通り・イ です。

(2) aは6以下なので, 花子がaで勝のは・

太郎のさいころの目が1, 2, ..., a-1のときなので,

a-1 通り・ウ です。

同様に花子がb, c, dで勝つ場合はそれぞれb-1, c-1, d-1通り。

また, 花子が7でかつとき・太郎のさいころの目は1, 2, 3, 4, 5, 6の6通り。

花子のさいころの目は7が2個とa, b, c, dなので,

花子が勝つ場合の数は

$$(a-1) + (b-1) + (c-1) + (d-1) + 6 \times 2$$

$$= a + b + c + d - 4 + 12$$

$$= \underline{a + b + c + d + 8} \text{ 通りになります。}$$

(3) 花子のさいころの目に7がないとき・花子のさいころの目を

1, a, b, c, d, eとすると, a, b, c, d, eはすべて6以下で,

花子が勝つ場合は

$$(a-1) + (b-1) + (c-1) + (d-1) + (e-1)$$

$$= a + b + c + d + e - 5 \text{ で,}$$

$$a + b + c + d + e = 21 - 1 = 20 \text{ より, } 20 - 5 = 15 \text{ 通り。}$$

あいこは6通りあるので, 太郎が勝つのは

$$36 - (15 + 6) = 15 \text{ 通り となり, 条件に合わない。}$$

次に, 花子のさいころの目に7が1個のとき・花子のさいころの目を

1, 7, a, b, c, dとすると,

花子が勝つ場合は

$$(a-1) + (b-1) + (c-1) + (d-1) + 6$$

$$= a + b + c + d - 4 + 6 = a + b + c + d + 2$$

$$\text{で } a + b + c + d = 21 - (1 + 7) = 13 \text{ より, } 13 + 2 = 15 \text{ 通り。}$$

あいこは5通りあるので, 太郎が勝つのは

$$36 - (15 + 5) = 16 \text{ 通りとなり, 条件に合う。}$$

この場合, a, b, c, dの和が13なので, 目を小さい順に並べる

(1, 1, 5, 6), (1, 2, 4, 6), (1, 2, 5, 5), (1, 3, 3, 6),

(1, 3, 4, 5), (1, 4, 4, 4), (2, 2, 3, 6), (2, 2, 4, 5),

(2, 3, 3, 5), (2, 3, 4, 4), (3, 3, 3, 4) の 11通り がある。

次に、花子のさいころの目に7が2個のとき… 花子のさいころの目を

1, 7, 7, a, b, c とすると、

花子が勝つ場合は

$$(a - 1) + (b - 1) + (c - 1) + 6 \times 2$$

$$= a + b + c - 3 + 12 = a + b + c + 9 \text{ で、}$$

$$a + b + c = 21 - (1 + 7 \times 2) = 6 \text{ より、} 6 + 9 = 15 \text{ 通り。}$$

あいこは4通りあるので、太郎が勝つのは

$$36 - (15 + 4) = 17 \text{ 通り となり、条件に合わない。}$$

また、 $7 \times 3 = 21$ より、花子のさいころの目に7が3個あることはない。

以上の結果から、花子のさいころの目の組み合わせは、11通り あります。