

2023年度 昭和学院秀英中学校(問題)

4 120 点を持ち点としてゲームをはじめます。1 個のサイコロをふり、出た目の数で持ち点を割ります。割り切れたら計算結果の数を持ち点とし、わきりれないときは持ち点は 120 点に戻ります。これを繰り返して持ち点が 1 点になったところでゲームが終了します。

- (1) サイコロを 2 回ふって持ち点が割りきれなくなり、持ち点が 120 点に戻るまでの目の出方は 6 通りあります。このとき出た目の数をすべて答えなさい。
- (2) サイコロを 3 回ふってゲームが終了するまでの目の出方は何通りですか。
- (3) サイコロを 4 回ふってゲームが終了するまでの目の出方は何通りですか。

2023年度 昭和学院秀英中学校(解説)

4

- (1) 1 回目の目は 120 を割り切るで、1, 2, 3, 4, 5, 6 のどれでもよい。
 1 回目 1 のとき…持ち点は $120 \div 1 = 120$ 点となり、2 回目に何が出ても割り切れてしまうので×。
 1 回目 2 のとき…持ち点は $120 \div 2 = 60$ 点となり、2 回目に何が出ても割り切れてしまうので×。
 1 回目 3 のとき…持ち点は $120 \div 3 = 40$ 点となり、2 回目の目は 40 の約数以外なので 3 か 6。
 1 回目 4 のとき…持ち点は $120 \div 4 = 30$ 点となり、2 回目の目は 30 の約数以外なので 4。
 1 回目 5 のとき…持ち点は $120 \div 5 = 24$ 点となり、2 回目の目は 24 の約数以外なので 5。
 1 回目 6 のとき…持ち点は $120 \div 6 = 20$ 点となり、2 回目の目は 20 の約数以外なので 3 か 6。
 以上の結果から
 (1 回目, 2 回目) = (3, 3), (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 3), (6, 6) です。
- (2) 3 回の目の積が 120 になればよい。
 120 になる目の組は 6, 5, 4 のみなので、この 3 つを 1 回目, 2 回目, 3 回目の順に並べ替えると目の出方は $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通り です。
- (3) 4 回の目の積が 120 になればよい。 $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ より、
 4 回目の組は (6, 5, 4, 1), (6, 5, 2, 2), (5, 4, 3, 2)。
 (6, 5, 4, 1) のとき…1 回から 4 回まで並べ替えると $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通りあるが、最後に 1 がくる… $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りは 3 回で終わってしまうので不適当。
 よって、 $24 - 6 = 18$ 通り。
 (6, 5, 2, 2) …2 は 4 回のうち 2 回なので異なる 4 個から 2 個選ぶ場合の数から $4 \times 3 \div 2 = 6$ 通り。そのそれぞれについて 6 と 5 は 2 通り出せるので、目の出方は $6 \times 2 = 12$ 通り。
 (5, 4, 3, 2) … $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通り。
 以上の結果から全部で
 $18 + 12 + 24 = 54$ 通り です。