

2023年度 公文国際学園中等部(問題)

- 5 ハートの 1 から 5 のトランプとスペードの 1 から 6 のトランプ(合計 11 枚)があります。これらのトランプについて以下の操作を行います。

〔操作 1〕カードをよく混ぜてから公太さんと文子さんの 2 人に配る。カードは公太さんから 1 枚ずつ配り、公太さんに 6 枚、文子さんに 5 枚配る。
〔操作 2〕配られたあと、手札に同じ数のカードがあった場合、それらのカードは手札から取りのぞく。

○公太さんの手札の様子为例

●操作 1 の後



取りのぞく

取りのぞく

●操作 2 の後



このとき、次の問いに答えなさい。

- 操作 2 の後、公太さんと文子さんのカードの枚数が 2 人合わせて 7 枚になったとき、文子さんの手札に残ったカードの枚数を答えなさい。
- 操作 2 の後、公太さんと文子さんのカードの枚数が 2 人合わせて 3 枚になったときのカードの残り方を以下のように考えました。□に当てはまる数を答えなさい。

公太さんのカードの残り方を考えれば、文子さんのカードの残り方も決まるので、公太さんのカードの残り方を考える。公太さんの手札の枚数は 2 枚、文子さんの手札の枚数は 1 枚となり、スペードの 6 を持つのは公太さんである。

公太さんのもう 1 枚のカードの残り方を考えればよいが、数の選び方とハートかスペードかを考えると、残り方は □ 通りとなる。

- 操作 2 の後、公太さんと文子さんのカードの枚数が 2 人合わせて 9 枚になるカードの残り方は何通りありますか。
- 操作 2 の後、公太さんも文子さんも 1 枚以上カードが残ったとします。カードの残り方は何通りありますか。途中の式や考え方も書きなさい。

2023年度 公文国際学園中等部(解説)

5

- (1) A, B, C, D, E を 1 から 5 の異なる数とすると、
 操作 1 で、文子のカードの数字がすべて異なるとき…
 文子のカードの数字が A ～ E の 5 枚のとき…(7)
 公太のカードの数は 1 ～ 6 の異なる数の 6 枚なので、
 操作 2 後の 2 人のカードの枚数は 11 枚のままなので不適當。
 文子のカードの数字が A, B, C, D, 6 のとき、
 公太のカードは A, B, C, D, E, E となるので、
 操作 2 後の 2 人のカードの枚数は $11 - 2 = 9$ 枚…(イ) となり、不適當。
 操作 1 で、文子のカードの数字が 1 組だけ同じになるとき…
文子のカードの数字が A, A, B, C, D のとき…(ウ)
 公太のカードの数は B, C, D, E, E, 6 となるので
 操作 2 後の 2 人のカードの枚数は $11 - 4 = 7$ 枚となり適する。
 文子のカードの数字が A, A, B, C, 6 のとき…(エ)
 公太のカードの数は, B, C, D, D, E, E となるので、
 操作 2 後の 2 人のカードの枚数は $11 - 2 \times 3 = 5$ 枚となるので不適當。
 操作 1 で、文子のカードの数字が 2 組同じになるとき…
 文子のカードの数字が A, A, B, B, C のとき…(オ)
 公太のカードの数は C, D, D, E, E, 6 となるので、
 操作 2 後の 2 人のカードの枚数は $11 - 2 \times 4 = 3$ 枚となるので不適當。
 文子のカードの数字が A, A, B, B, 6 のとき…(カ)
 公太のカードの数は C, C, D, D, E, E となるので、
 操作 2 後の 2 人のカードの枚数は $11 - 2 \times 5 = 1$ 枚となるので不適當。
 操作 1 で文子のカードの数字が 3 組以上、同じになることはないのので、以上ですべて。
 したがって、操作 2 後の 2 人のカードの合計が 7 枚になるとき、(ウ)より、
 文子の手札は $5 - 2 \times 1 = 3$ 枚 になります。
- (2) (1) の(オ)の場合で、公太の残りのカードの数字は
 C, 6 で、C は 1 ～ 5 の数字で、ハートとスペードの場合があるので、
 残り方は $2 \times 5 = 10$ 通り です。
- (3) (1) の(イ)の場合で、残った文子のカードの数字は
 A, B, C, D, 6 なので、
 A, B, C, D は 1 ～ 5 のうち 4 つの数字なので、種類は 5 通り。
 そのそれぞれについて、ハートかスペードの 2 通りずつあるので、
 残り方は全部で、
 $(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 5 = 80$ 通り。
 文子の残り方が決まると、公太の残り方は 1 通りに決まるので、
 2 人の残り方は全部で $80 \times 1 = 80$ 通り あります。

- (4) (7) のとき…残った文子のカードの数字は A ～ E の 5 枚で、ハートとスペードの場合があるので $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 通り。
文子の残り方が決まると公太の残り方は 1 通りに決まるので、
 $32 \times 1 = 32$ 通り。
- (イ) のとき… 80 通り。
- (ウ) のとき…残った文子のカードの数字は B, C, D で、B, C, D は A ～ E の 5 つのうちの 3 個なので種類は異なる 5 個から $5 - 3 = 2$ 個選ぶ場合の数から $5 \times 4 \div 2 = 10$ 通り。ハートとスペードの場合があるので文子の残り方は $(2 \times 2 \times 2) \times 10 = 80$ 通り。
よって、2 人の残り方は $160 \times 1 = 80$ 通り。
- (エ) のとき…残った文子のカードの数字は B, C, 6 で、B, C は A ～ E の 5 つの内の 2 個なので種類は $5 \times 4 \div 2 = 10$ 通り。ハートとスペードの場合があり 6 は 1 通りなので文子の残り方は $(2 \times 2) \times 10 \times 1 = 40$ 通り。
よって、2 人の残り方は $40 \times 1 = 40$ 通り。
- (オ) のとき…残った文子のカードの数字は C のみなので、残り方は $5 \times 2 = 10$ 通り。
よって、2 人の残り方は $10 \times 1 = 10$ 通り。
- (カ) のとき…残った文子のカードは 6 のみなので 1 通り。
ところが、公太のカードが操作 1 で C, C, D, D, E, E となり、
操作 2 後、残ったカードは 0 枚となるので不適当。
- 以上の結果から、2 人のカードがともに 1 枚以上残るとき、残り方は全部で、
 $32 + 80 + 80 + 40 + 10 = 242$ 通り あります。