

2023年度 春日部共栄中学校(問題)

- 6 n が 1 以上の整数のとき、1 から n までの整数のうちで、 n と最大公約数が 1 となるものの個数を【 n 】とします。

例えば、

1 から 6 の整数のうち、6 と最大公約数が 1 となるものは 1 と 5 なので、

$$\text{【6】} = 2$$

次の に適当な数を入れなさい。

(1) $\text{【12】} = \text{ }$

(2) $\text{【9】} + \text{【27】} = \text{ }$

- (3) n を 2 から 20 までの整数とすると、 $\text{【}n\text{】} = n - 1$ となるような n は 通りです。

2023年度 春日部共栄中学校(解説)

6

- (1) 1 ～ 12 までで、12 と最大公約数が 1 になる整数は

1, 5, 7, 11 の 4 個なので、

【12】 = 4 です。

- (2) 9 を素因数分解すると $9 = 3 \times 3$ なので、9 と最大公約数が 1 にならないのは 3 の倍数。

よって、1 ～ 9 で、最大公約数が 1 にならないのは 3, 6, 9 の 3 個なので、
最大公約数が 1 になるのは $9 - 3 = 6$ 個。したがって 【9】 = 6。

また、27 を素因数分解すると $27 = 3 \times 3 \times 3$ なので、27 と最大公約数が 1 にならない、のは 3 の倍数なので $27 \div 3 = 9$ 個。

よって、1 ～ 27 で最大公約数が 1 になるのは $27 - 9 = 18$ 個。したがって、
【27】 = 18。

以上の結果から、【9】 + 【27】 = $6 + 18 =$ 24 です。

- (3) 【n】 = n - 1 より、1 から n までの整数で n と最大公約数が 1 とならないのは、1 個。

n が素数のとき… n は 1 と n しか約数をもたないので、1 から n まで最大公約数が 1 にならないのは n だけ。つまり 1 個なので適する。

よって、n を 2 から 20 までとすると、

【n】 = n - 1 となるのは、n = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 の 8 個。

つまり、8 通り です。