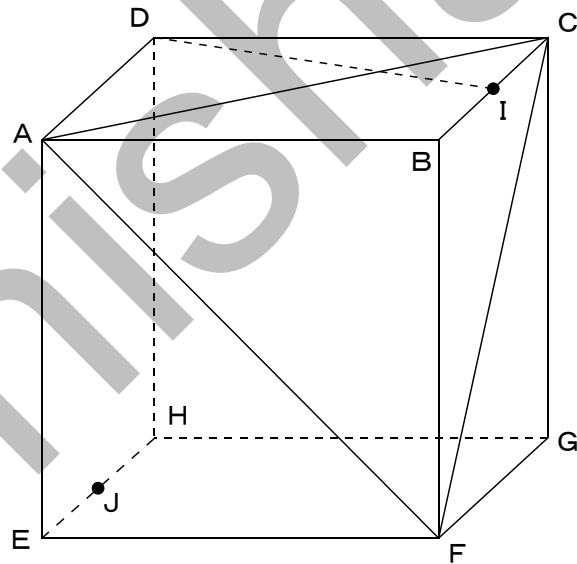


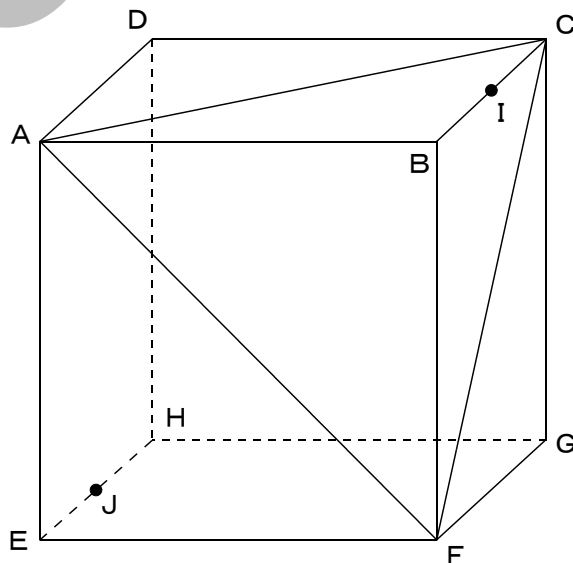
2023年度 広尾学園中学校(問題)

5 下の図のような立方体があり，辺 BC ，辺 EH の中点をそれぞれ I ， J とします。
次の問いに答えなさい。

- (1) 立方体を 3 点 A ， C ， F を通る平面で切断したとき，点 H を含む立体の体積は，立方体の体積の何倍となるか答えなさい。
- (2) 立方体を，3 点 A ， C ， F を通る平面と 3 点 D ， I ， J を通る平面で切断したとき，点 H を含む立体について，
- ① 切断面の辺を，解答らんの図に実線 —— でかきいれなさい。



- ② 点 H を含む立体の体積は立方体の体積の何倍となるか答えなさい。答えに至るまでの考え方なども記述しなさい。



2023年度 広尾学園中学校(解説)

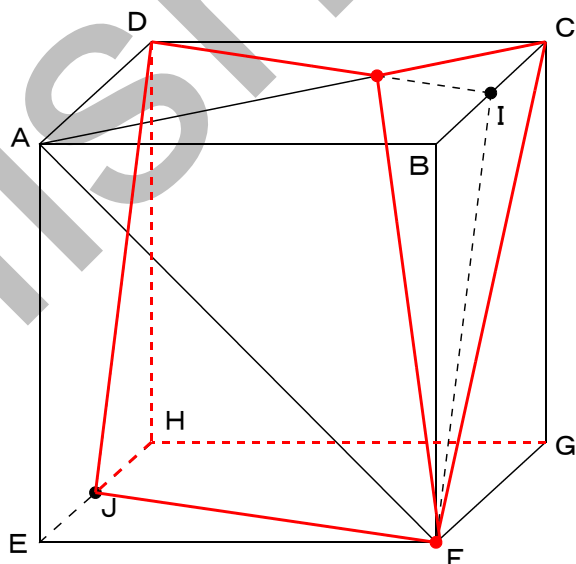
5

- (1) 立方体の1辺の長さを1とすると、
立方体の体積は $1 \times 1 \times 1 = 1$ 、
切断後、点Hを含まない方の立体は三角すいで、体積は
 $1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ となるので、

点Hを含む方の立体の体積は $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ 。

よって、点Hを含む方の立体の体積は立方体の体積の $\frac{5}{6}$ 倍 です。

- (2) ① 3点D, I, Jを通る平面で
立方体を切断すると、切断面は
ひし形DJFIとなるので、
立方体を
3点A, C, Fを通る平面と
3点D, I, Jを通る平面で
切断したときの切断面は
右図の赤の太実線の台形と三角形
になる。

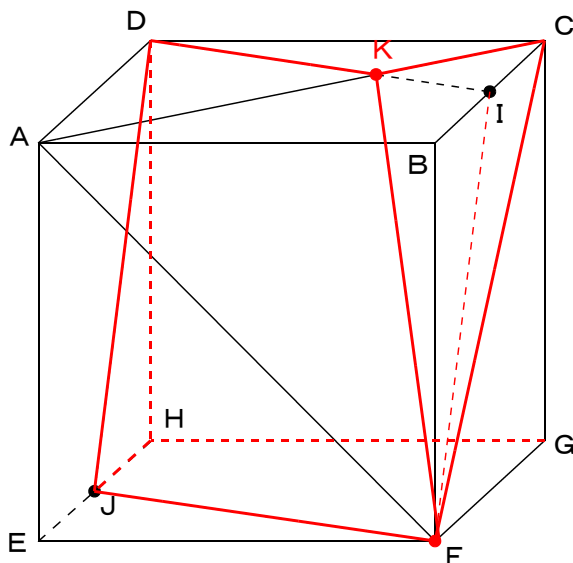


- ② まず、立方体を3点D, I, Jを
通る平面で切断すると、立方体は
2等分されるので立方体の1辺の
長さを1とすると、
切断後、点Hを含む方の立体の
体積は $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ となる。

さらに、3点A, C, Fを通る平面
で切断すると、右図の三角すい
F-I C Kの体積が減る。

DIとACの交点を点Kとすると、
 $\triangle AKD$ と $\triangle CKI$ は相似で、
相似比は $AD : CI = 2 : 1$ 。
よって、 $DK : KI = 2 : 1$ で

$\triangle D I C$ の面積が $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ なので、



$\triangle KIC$ の面積は $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2+1} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ 。よって、三角すい $F-I C K$ の体積は

$\frac{1}{12} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{36}$ となるので、

立方体を2平面で切断後の点Hを含む立体の体積は

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{36} = \frac{17}{36}。$$

したがって、立方体の体積の $\frac{17}{36}$ 倍 です。