

2023年度 青山学院中等部(問題)

14

図のような、ふたのない3つの容器A，B，Cがあります。

これらの容器の底面積の比は35：21：5です。

まず図1－①のようにAを水で満たしてから，Bを底面を水平にして静かにしずめると，初めのうちはAから水があふれて出て図1－②のようになりました。

次に図2－①のようにCを底面を水平にしてBの外側にしずめると，Cは満水になりB，Cの外側の水面（Aの中の水面）は図2－②のようにCの高さと同じになりました。

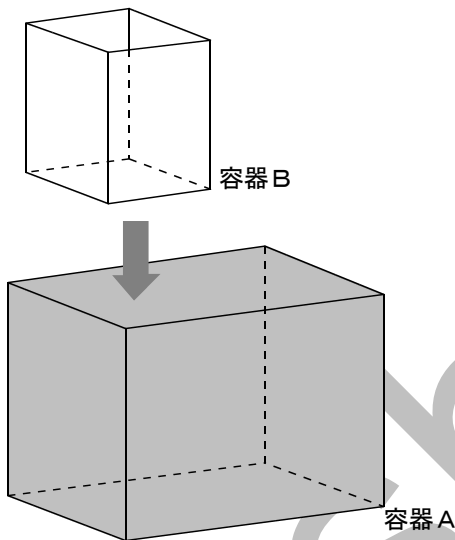


図1－①

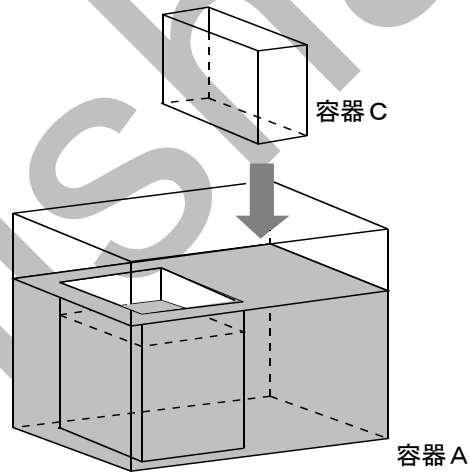


図2－①

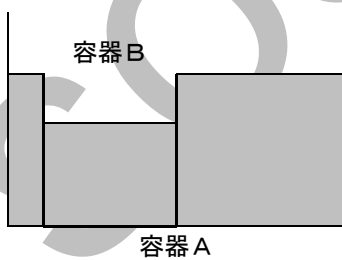


図1－②

(Bを完全にしずめた後の水面のようす)

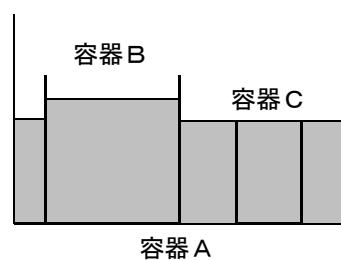


図2－②

(Cを完全にしずめた後の水面のようす)

- (1) 容器Bの高さと容器Cの高さの比は ： です。
- (2) 図2－②で，容器Bの中の水面の高さと容器Bの外側の水面高さの比が8：7のとき容器Aの高さと容器Bの高さの比は ： です。

2023年度 青山学院中等部(解説)

14

(1)

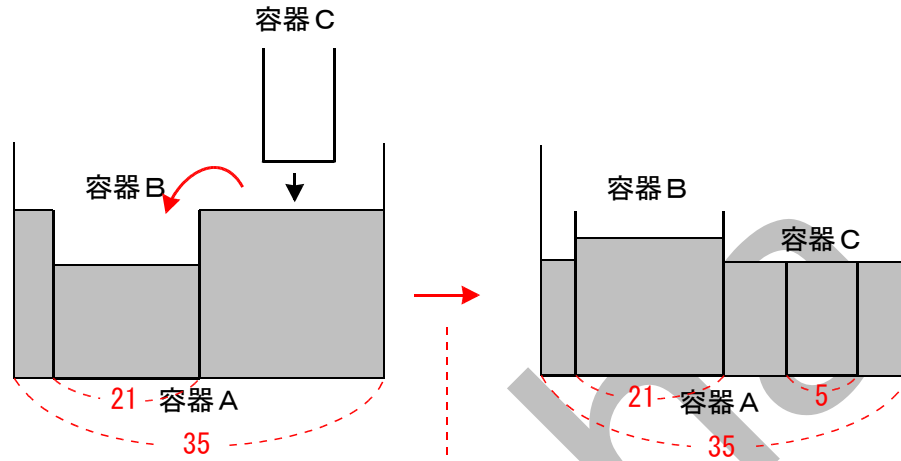


図1-②

右図で、「あ」と「い」の部分の体積はともに容器Cの容積に等しい。また、「あ」と「い」の部分の底面積の比は
 $5 : (35 - 21) = 5 : 14$ なので、

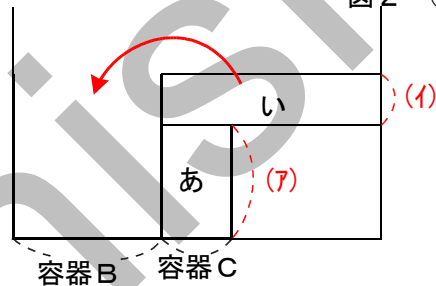


図2-②

Cの容積を1とすると、図の(7)と(1)の長さの比は

$$1 \div 5 : 1 \div 14 = \frac{1}{5} : \frac{1}{14} = 14 : 5。$$

よって、容器Bと容器Cの高さの比は $(14 + 5) : 14 = \underline{19 : 14}$ です。

- (2) 右図で、赤と黒の斜線部分の容積はともに容器Bの容積に等しいので、重なっている部分を除いた「う」と「え」の部分の容積も等しい。

よって、右図の(う)と(え)の長さの比は「う」と「え」の底面積の比の逆比で
 $21 : 35 = 3 : 5 \quad \cdots (\ast)$ となる。

また、右下図において、「い」と「お」の容積は等しいので、(い)と(お)の長さの比は「い」と「お」の底面積の逆比で
 $21 : 14 = 3 : 2$ 。

(1)より、(い)、(う)の長さをそれぞれ比の⑤、⑭

とすると、(お)は $⑤ \times 14 \div 21 = \frac{10}{3}$ となる。

また、条件から $((お) + (え)) : (う) = 8 : 7$

なので、 $(お) + (え) = ⑭ \times \frac{8}{7} = ⑮$ 。

よって、 $(え) = ⑮ - \frac{10}{3} = \frac{38}{3}$ となるので、

($\ast$)から、 $(う) = \frac{38}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{38}{5}$ 。

よって、容器Aの高さは $⑭ + ⑤ + \frac{38}{5} = \frac{133}{5}$ 。

また、容器Bの高さは $⑭ + ⑤ = ⑮$ なので、

容器Aと容器Bの高さの比は $\frac{133}{5} : ⑮ = \frac{133}{5} : \frac{95}{5} = 133 : 95$ です。

