

2023年度 横浜雙葉中学校(問題)

- ③ ある整数を『もとの数』と呼び、『もとの数』の各位の数を足したものを『位の数』と呼ぶことにします。例えば、『もとの数』を 123, 78 とするときの『位の数』をそれぞれ $\langle 123 \rangle$, $\langle 78 \rangle$ と表し、

$$\langle 123 \rangle = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\langle 78 \rangle = 7 + 8 = 15$$

で、123, 78 の『位の数』はそれぞれ 6, 15 となります。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $6 + 18 \div \langle 18 \rangle$ を計算すると、いくつになりますか。
- (2) 『もとの数』を 1 から 50 までの 3 の倍数とするとき、『位の数』として考えられるものをすべて答えなさい。
- (3) 2 桁の『もとの数』と『位の数』は同じになることはありません。その理由を「十の位」、「一の位」という言葉をすべて使って説明しなさい。
- (4) 『もとの数』を 9 の倍数とするとき、『もとの数』を 2 で割ったものと、『位の数』とを足すと 117 になりました。『もとの数』として考えられるものをすべて答えなさい。

2023年度 横浜雙葉中学校(解説)

3

- (1) 18 の『位の数』は $1 + 8 = 9$ なので、
 $6 + 18 \div \langle 18 \rangle = 6 + 18 \div 9 = 6 + 2 = \underline{8}$ です。
- (2) 『もとの数』が 1 から 50 まで整数のとき、位の数の最大は $\langle 49 \rangle = 14 + 9 = 13$ 。
 また、3 の倍数の各位の数の和は 3 の倍数。つまり『位の数』は 13 以下の 3 の倍数となる。
 よって、 $\langle 12 \rangle = 1 + 2 = 3$, $\langle 15 \rangle = 1 + 5 = 6$, $\langle 18 \rangle = 1 + 8 = 9$,
 $\langle 39 \rangle = 3 + 9 = 12$ より、
 『位の数』として考えられるものは 3, 6, 9, 12 です。
- (3) 2 桁の『もとの数』の十の位の数を A, 一の位の数を B とすると、
 『もとの数』は $10 \times A + B$, 『位の数』は $A + B$ となり、
 $10 \times A$ と A は等しくならないので、2 つの数は等しくならない。
- (4) 『もとの数』が 1 桁のとき・
 『もとの数』 $\div 2 +$ 『位の数』は $9 \div 2 + 9 = 13.5$ 以下。
 『もとの数』が 2 桁のとき・
 『もとの数』 $\div 2 +$ 『位の数』は $10 \div 2 + (1 + 0) = 6$ 以上、
 $99 \div 2 + (9 + 9) = 67.5$ 以下。
 『もとの数』が 3 桁のとき・
 『もとの数』 $\div 2 +$ 『位の数』は $100 \div 2 + (1 + 0 + 0) = 51$ 以上、
 $999 \div 2 + (9 + 9 + 9) = 526.5$ 以下。
 『もとの数』が 4 桁のとき・
 『もとの数』 $\div 2 +$ 『位の数』は $1000 \div 2 + (1 + 0 + 0 + 0) = 501$ 以上
 となるので、『もとの数』 $\div 2 +$ 『位の数』が 117 のとき
 『もとの数』は 3 桁となる。
 『もとの数』を $ABC = 100 \times A + 10 \times B + 1 \times C$ とすると、
 『もとの数』 $\div 2 +$ 『位の数』
 $= (100 \times A + 10 \times B + 1 \times C) \div 2 + (A + B + C)$
 $= 50 \times A + 5 \times B + 0.5 \times C + 1 \times A + 1 \times B + 1 \times C$
 $= (50 + 1) \times A + (5 + 1) \times B + (0.5 + 1) \times C$
 $= 51 \times A + 6 \times B + 1.5 \times C$ となるので、
 $51 \times A + 6 \times B + 1.5 \times C = 117$ とすると、
 $A = 1$ のとき・ $6 \times B + 1.5 \times C = 117 - 51 \times 1 = 66$ 。
 $6 \times B$ は 0 以上、 $6 \times 9 = 54$ 以下。
 $1.5 \times C$ は整数なので、0 以上 $1.5 \times 8 = 12$ 以下。
 $54 + 12 = 66$ より、
 $6 \times B = 54$, $1.5 \times C = 12$ なので、 $B = 54 \div 6 = 9$, $C = 12 \div 1.5 = 8$ 。
 よって、 $ABC = 198$ となり、198 は 9 の倍数なので適する。
 $A = 2$ のとき・ $6 \times B + 1.5 \times C = 117 - 51 \times 2 = 15$ 。
 よって、 $6 \times B = 6$, $1.5 \times C = 9$ より、 $B = 1$, $C = 9 \div 1.5 = 6$ となり、
 $ABC = 216$ 。216 は 9 の倍数なので適する。

また、 $6 \times B = 12$ 、 $1.5 \times C = 3$ より、 $B = 12 \div 6 = 2$ 、 $C = 3 \div 1.5 = 2$ となるので、 $A B C = 222$ となるが、これは 9 の倍数ではないので不適当。

A が 3 以上だと $51 \times A$ が $51 \times 3 = 153$ 以上となるので不適当。

以上の結果から、『もとの数』は 198, 216 です。

Sosshisha