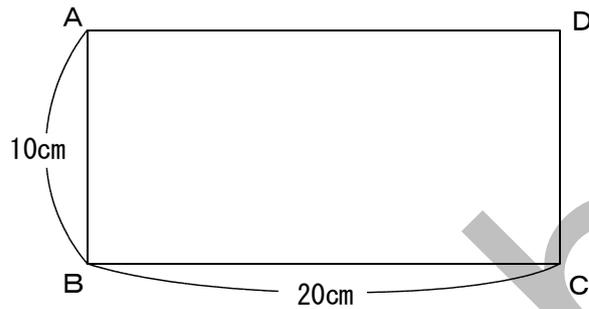


2023年度 大妻中野中学校中学校(問題)

- 4 下の図のような長方形があります。点 P, Q は、頂点 A を同時に出発し、長方形の辺上を一定の速さで反時計回りに $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ と動くものとします。点 P の速さが毎秒 5cm, 点 Q の速さが毎秒 2cm のとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 点 Q が初めて頂点 Q に来たとき、 $\triangle APQ$ の面積は何 cm^2 ですか。
- (2) 点 P が初めて辺 CD の中点に来たとき、 $\triangle APQ$ の面積は何 cm^2 ですか。
- (3) 出発後、点 P と点 Q が初めて重なるのは出発してから何秒後ですか。
- (4) 点 P が 2 回目の辺 BC 上を動いているとき、 $\triangle APD$ と $\triangle AQD$ の面積の比が 5 : 3 になるのは、出発してから何秒後ですか。

2023年度 大妻中野中学校中学校(解説)

4

- (1) 点Qが初めて頂点Cにくるのは $(10 + 20) \div 2 = 30 \div 2 = 15$ 秒後。

このとき、点Pは $5 \times 15 = 75$ cm 進む。長方形は1周が

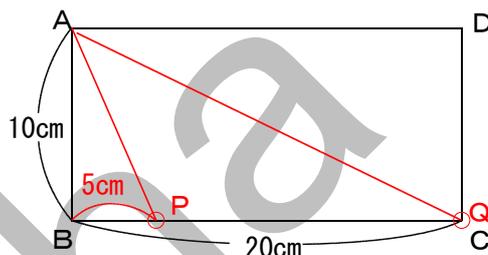
$(10 + 20) \times 2 = 60$ cm なので、1周と $75 - 60 = 15$ cm 進む。

よって、Pの位置は右図のようになる。

このとき、 $PQ = 20 - 5 = 15$ cm なので

$\triangle APQ$ の面積は

$$15 \times 10 \div 2 = \underline{75\text{cm}^2} \text{ です。}$$



- (2) 点Pが初めて辺CDの中点にくるのは
 $(10 + 20 + 10 \div 2) \div 5 = 35 \div 5 = 7$ 秒後。

このとき、点Qは $2 \times 7 = 14$ cm 進むので

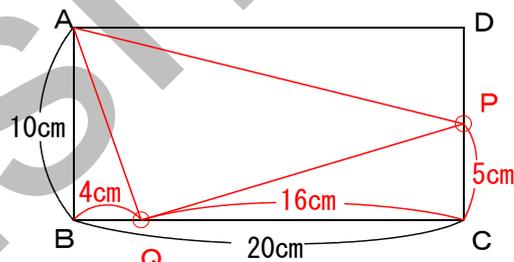
右図の位置にくる。

よって、 $\triangle APQ$ の面積は

$$(10 + 5) \times 20 \div 2$$

$$- (10 \times 4 \div 2 + 16 \times 5 \div 2)$$

$$= 150 - (20 + 40) = 150 - 60 = \underline{90\text{cm}^2} \text{ です。}$$



- (3) 出発後、点Pと点Qが初めて重なるのは、点Pが点Qより1周 = 60cm 多く進んだときなので、出発してから

$$60 \div (5 - 2) = 60 \div 3 = \underline{20 \text{ 秒後}} \text{ です。}$$

- (4) 点Pが2回目に点Bにくるのは

$$(60 + 10) \div 5 = 70 \div 5 = 14 \text{ 秒後, 2回目に点Cにくるのは}$$

$$(60 + 10 + 20) \div 5 = 90 \div 5 = 18 \text{ 秒後。}$$

よって、点Pが2回目に辺BC上を動くのは14秒後から18秒後まで。

このとき、点Qは $2 \times 14 = 28$ cm から $2 \times 18 = 36$ cm 動く。

つまり点Qは右図の太線部分を動く。

$\triangle APD$ と $\triangle A Q D$ の面積比が5:3の

とき点Qが辺BC上を動くと2つの三角形

の面積は等しくなるので不適当。

よって、 $\triangle APD$ と $\triangle A Q D$ は辺CD上にあり

ともにADを底辺とみると高さの比が

面積比5:3に等しいので、

$$DQ = 10 \times \frac{3}{5} = 6\text{cm}.$$

このとき、点Qは出発してから $10 + 20 + 10 - 6 = 34$ cm 進んでいるので、

$$\text{出発してから } 34 \div 2 = \underline{17 \text{ 秒後}} \text{ です。}$$

