

2023年度 江戸川女子中学校(問題)

- 4 かごの中にビー玉がいくつかあります。AとBの2人が、このビー玉を使って次のような【ルール】のゲームをしようとしています。

【ルール1】最初にビー玉を取るのはAとする。

【ルール2】AとBが交互に1個、2個、3個のいずれの個数のビー玉を取っていく

【ルール3】直前に相手が取った個数と、同じ個数のビー玉は取ることができない

【ルール4】ビー玉を最初に取りれなくなった方が負け、もう片方を勝ちとする

次の会話文はAとBとCの3人の会話の内容です。この会話文を読み、後の問に答えなさい。

A：必ず勝てる方法があるかな？

B：ちょっと考えてみよう。全部でビー玉が4個だとどうなるかな。

C：その場合はBが必ず勝てる。始めにAが1個取ると、次にBが3個取ればBの勝ち。初めにAが2個取ると、次のBが 個取ればBの勝ち、初めにAが3個取ると、次にBが1個取ればBの勝ち。

A：なるほど。全部でビー玉が5個だとどうなるかな。

C：その場合はAが必ず勝てる。初めにAが1個取れば残りのビー玉4個になるからね。

B：ということは6個や7個の場合も同じかな。全部でビー玉が8個だとどうかな。

C：どうやら が必ず勝てる方法がありそうだね。全部でビー玉が9個だと が必ず勝てる。

A：必ずどちらが勝てる方法があるみたいだね。

B：それじゃゲームにならないか。

(1) に入る正しい数を答えなさい。

(2) , にはA, Bのどちらが入りますか。それぞれ正しいものを選びなさい。

(3) Bが必ず勝てる方法があるビー玉の個数は、10個以上100個以下の中に何通りありますか。

2023年度 江戸川女子中学校(解説)

4

- (1) Aが2個取って、残りは $4 - 2 = 2$ 個なので、Bは1個しか取れない。
Bが1個取ると残りは1個となるが、AはBと同じ1個は取れないのでBが勝つ。
よって、(1)・・・1(個)です。
- (2) ビー玉が4個のとき・・・A、Bの順に取り後手のBが勝つ。
ビー玉が5個のとき・・・Aが1個取ると残りは4個となり、それをB Aの順に取るの
で、Aが勝つ。
ビー玉が6個のとき・・・Aが2個取ると残りは4個となるので、Aが勝つ。
ビー玉が7個のとき・・・Aが3個取ると残りは4個となるので、Aが勝つ。
よって、
ビー玉が8個のとき・・・Aが1個取ると、残りは7個となり次にBが3個取るとBが
勝つ。
Aが2個取ると、残りは6個となり、さらにBが3個取ると
残りは3個。Aは3個取れないので、1個か2個とると、
残りは2個か1個になるので、それをBが取ればBの勝
ち。
Aが3個取ると、残りは5個となり、次にBが1個取るとB
が勝つ。
よって、ビー玉が8個のときは、後手のB・・・Aが必ず勝てる。
次に、
ビー玉が9個のとき・・・Aが1個取ると残りは8個で、これをB、Aの順に取るの
でA・・・Iが勝つ。
- (3) (1), (2)より、ビー玉が4個・・・B、5個・・・A、6個・・・A、7個・・・A、8個・・・B、
9個・・・A。
続けて・・・
ビー玉が10個のとき・・・Aが2個取ると残りは8個で、これをB、Aの順に取るの
でAが勝つ。
ビー玉が11個のとき・・・Aが3個取ると残りは8個になるのでAが勝つ。
また、
ビー玉が12個のとき・・・Aが1個取ると残りは11個でこれをB、Aの順に取るの
でBが勝つ。
Aが2個取ると残りは10個となり、さらにBが3個取る
と残りは7個。Aは3個取れないので1個か2個取ると
残りは6個か5個になりこれをB、Aの順に取るの
でBが勝つ。
Aが3個取ると残りは9個で、これをB、Aの順に取るの
でBが勝つ。
よって、ビー玉が12個のときはBが勝つ。
このように、調べていくと、Bが必ず勝てる方法があるのは、ビー玉が
4個、8個、12個、・・・となり、4の倍数のとき。
よって、ビー玉の個数が10個以上100個以下の場合、Bが必ず勝てる方法があ
るのは12個、16個、20個、・・・、100個の場合。
したがって $(100 - 12) \div 4 + 1 = 22 + 1 = \underline{23}$ 通りあります。