2023年度　サレジオ学院中学校(問題)

5　図１のように，中心が点Ｏの円があります。3 点Ａ，Ｂ，Ｃは，円周上の点Ｐから同時に一定の速さで回り始めます。点Ａは反時計回りで，4.5 秒で円を 1 周します。点Ｂは反時計回りで点Ａより遅い速さで回り，点Ｃは時計回りで点Ｂより遅い速さで回ります。

図２のグラフは，ＯＡとＯＢでつくられる角㋐と，ＯＡとＯＣでつくられる角㋑の大きさと時間の関係を表したものです。ただし，角度は 180°までの大きさで表すとします。

このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　グラフから三角形ＯＡＢが最初に正三角形になるのは 3 点Ａ，Ｂ，Ｃが動き始めてから 2 秒後であると読み取れます。次に三角形ＯＡＢが正三角形になるのは，3 点Ａ，Ｂ，Ｃが動き始めてから何秒後ですか。

(2)　点Ｂおよび点Ｃは，円を一周するのにそれぞれ何秒かかりますか。

(3)　3 点Ａ，Ｂ，Ｃが動き始めてから 12 秒までの間に，三角形ＡＢＣが二等辺三角形となるのは何回ありますか。ただし，解答らんには途中の過程もかきなさい。
また，必要であれば，解答らんの図を用いなさい。

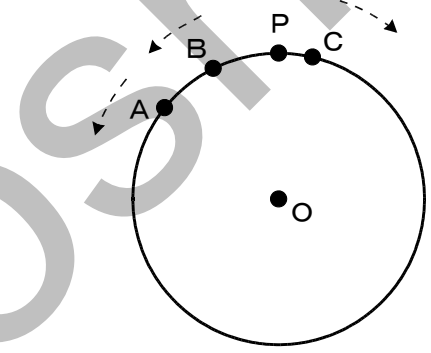
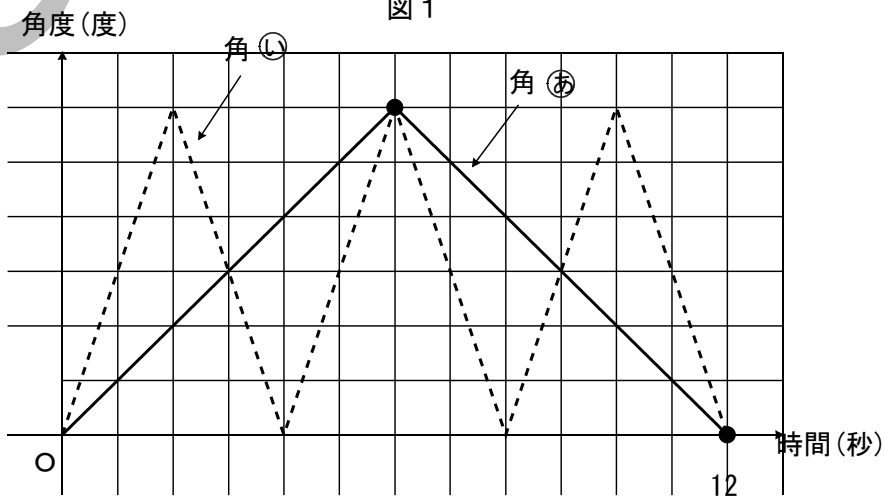


図１

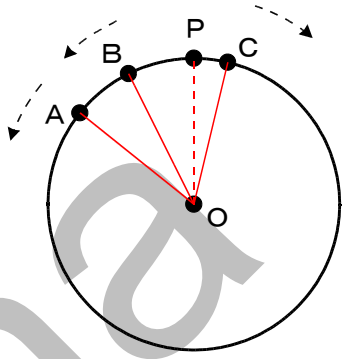


soshisha

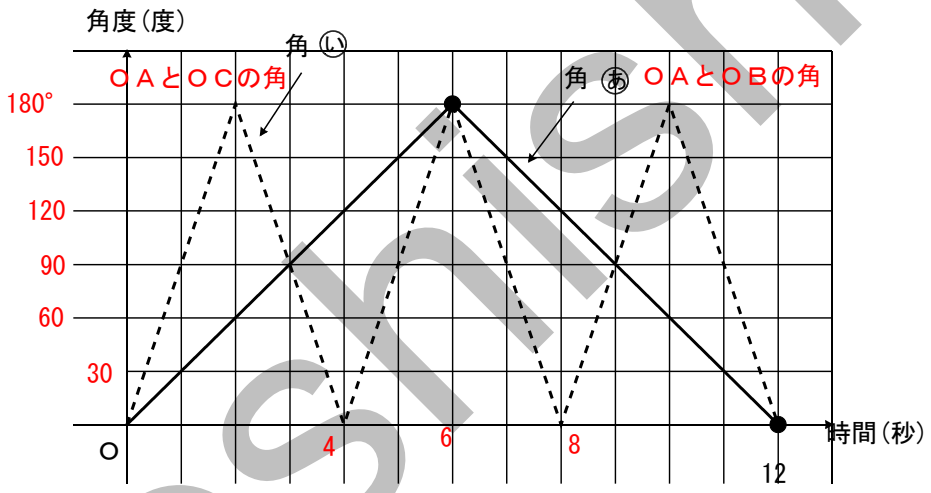
2023年度　サレジオ学院中学校(解説)

5

(1)　ＯＡの回転速度は 360 ÷ 4.5 ＝ 80°/秒。
2 秒後の角ＰＯＣ＝ 80 × 2 ＝ 160°。
このとき，△ＯＡＢが正三角形になるので，
ＯＢは 160 － 60 ＝ 100° 回転している。
よって，ＯＢの回転速度は 100 ÷ 2 ＝ 50°/秒。
次に△ＯＡＢが正三角形になるのは，
ＯＡとＯＢの回転角の差が 360 － 60 ＝ 300° に
なるときなので，動き始めてから
300 ÷ (80 － 50) ＝ 300 ÷ 30 ＝ 10 秒後　です。

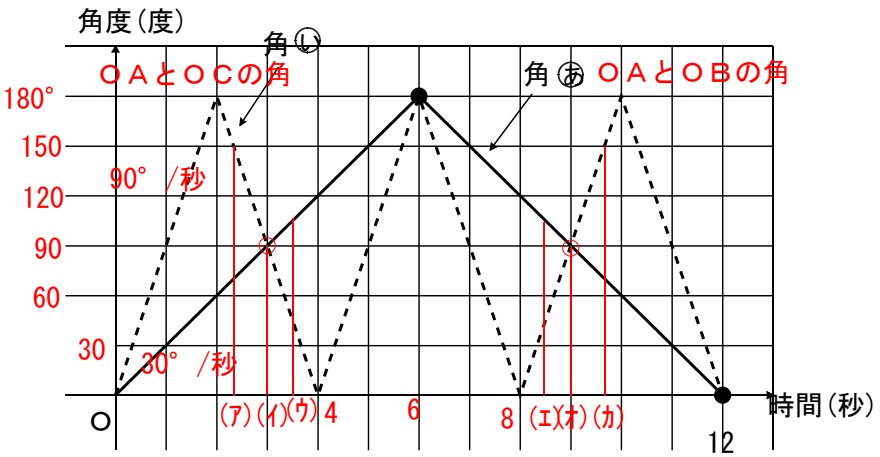


(2)



ＯＢの回転速度は 50°/秒なので，点Ｂが円を一周するのの
360 ÷ 50 ＝ 7.2 秒　かかります。
また，グラフから，ＯＣとＯＡは出発してから 2 秒後に一直線になるので，
速さの和は 180 ÷ 2 ＝ 90°/秒。ＯＡの速度が 80°/秒なので，ＯＣの速度は
90 － 80 ＝ 10°/秒。
よって，点Ｃが円を一周するのにかかる時間は
360 ÷ 10 ＝ 36 秒　です。

(3)



Soshisha

△ＡＢＣが二等辺三角形になるのは，
上図で，(ｱ)のとき‥Ａ，Ｃの真ん中にＢがくるときで，
　Ａ，Ｃの真ん中の点をＤとすると，角ＡＯＤは出発してから 2 秒後，
　180 ÷ 2 ＝ 90°で，毎秒 90 ÷ 2 ＝ 45°縮まる。
　また，角ＡＯＢは出発してから 2 秒後，60°で，毎秒 30°ずつ増えるので，
　ＢがＤと一致するのは出発してから
　　2 ＋ (90 － 60) ÷ (45 ＋ 30) ＝ 2 ＋ 0.4 ＝ 2.4 秒後。
次に上図で(ｲ)のとき‥出発してから 3 秒後で，
　　角ＡＯＣ＝角ＡＯＢ＝ 90°となるので，右図から，
　　△ＡＢＣは直角二等辺三角形になる。
次に上図で(ｳ)のとき‥グラフの 0 ～ 6 秒後は 3 秒後の交点について
　　点対称なので，Ａ．Ｂの真ん中にＣがきて二等辺三角形になるのは
　　出発してから 6 － 2.4 ＝ 3.6 秒後。
また，グラフは，0 ～ 6 秒後と 6 ～ 12 秒後は線対称なので，
　　上図の(ｴ)‥Ａ，Ｂの真ん中にＣがくるのは，12 － 3.6 ＝ 8.4 秒後。
　　上図の(ｵ)‥△ＡＢＣが直角二等辺三角形になるのは 9 秒後。
　　上図の(ｶ)‥Ａ，Ｃの真ん中にＢがくるのは 12 － 2.4 ＝ 9.6 秒後。
以上の結果ら，0 ～ 12 秒後において，△ＡＢＣが二等辺三角形になるのは，
　2.4 秒後，3 秒後，3.6 秒後，8.4 秒後，9 秒後，9.6 秒後　の 6 回です。

soshisha