2023年度　武蔵中学校(問題)

4　サッカーのシュートの練習では，ボールを蹴（け）る人をキッカー，ゴールを守る人をゴールキーパーと言います。□人のキッカー(①，②，③，･･･)と 2 人のキーパー(A，B)が練習を行うことにしました。キッカーは順に 1 球ずつ蹴り，最後の人が蹴ったら，また最初の人が戻（もど）ってこれをくり返します。キーパーはA，Bが△球ずつ交代で入ります。ただし，△は□より小さい数とします。

【例】 □＝4，△＝2 のとき

キッカー	①	②	③	④
1回目	A	A	B	B
2回目	A	A	B	B
⋮				

□＝5，△＝4 のとき

キッカー	①	②	③	④	⑤
1回目	A	A	A	A	B
2回目	B	B	B	A	A
3回目	A	A	B	B	B
⋮					

このとき，次の問に答えなさい。

(1)　□＝ 4，△＝ 2 のとき，①，②はずっとAと，③，④はずっとBと当たることになってしまいますが，□＝ 5，△＝ 4 のときは，すべてのキッカーがA，Bの両方と当たります。
□＝ 8 のとき，すべてのキッカーがA，Bの両方と当たるためには，△をいくつにすればよいですか。あてはまるものをすべて答えなさい。

(2)　この練習を，すべてのキッカーが同じ回数ずつ蹴り，どのキッカーもA，Bと同じ回数ずつ当たったところで終わりにします。しかし，例えば□＝ 4，△＝ 3 とすると，この練習は終わらないことになります。

(Ⅰ)　練習が終わらないことになるものを，次の㋐～㋓の中からすべて選び記号で答えなさい。

㋐ □＝ 3，△＝ 1　　㋑ □＝ 4，△＝ 1，
㋒ □＝ 7，△＝ 2　　㋓ □＝ 8，△＝ 3

(Ⅱ)　次のあ，いの場合について，この練習が終わるためには△をいくつにすればよいですか。あてはまるものをすべて答えなさい。

あ □＝ 6 のとき　　い □＝ 12 のとき

2023年度　武蔵中学校（解説）

4

（1）　□＝８なので，キッカーは①～⑧の８人。

△＝１のとき‥キーパーはＡＢ，つまり，１＋１＝２人の繰り返しになるので８と２の最小公倍数が８より，８人の相手のキーパーは８÷８＝１回目の相手の繰り返しになる。
①～⑧の相手のキーパーは（ＡＢＡＢＡＢＡＢ）の繰り返しになるので同じキーパーとしかあたらない。

△＝２のとき‥２＋２＝４と８の最小公倍数が８なので，８÷８＝１回目の相手の繰り返しになる。よって同じキーパーとしかあたらない。

<u>△＝３のとき‥</u>３＋３＝６と８の最小公倍数が24なので，24÷８＝３回目までの相手の繰り返しになる。①～⑧の相手は
１回目（ＡＡＡＢＢＢＡＡ），
２回目（ＡＢＢＢＡＡＡＢ），
３回目（ＢＢＡＡＡＢＢＢ）となるので，全員がＡ，Ｂの両方とあたる

△＝４のとき‥４＋４＝８と８の最小公倍数は８なので，８÷８＝１回目の相手の繰り返しになる。よって，同じキーパーとしかあたらない。

<u>△＝５のとき‥</u>５＋５＝10と８の最小公倍数は40なので，40÷８＝５回目までの相手の繰り返しになる。
１回目（ＡＡＡＡＡＢＢＢ），
２回目（ＢＢＡＡＡＡＡＢ），
３回目（ＢＢＢＢＡＡＡＡ），
４回目（ＡＢＢＢＢＢＡＡ），
５回目（ＡＡＡＢＢＢＢＢ）　となるので，全員がＡ，Ｂの両方とあたる。つまり，繰り返しのパターンが１回目から２回目以上であれば全員がＡ，Ｂの両方とあたることになる。

<u>△＝６のとき‥</u>６＋６＝12と８の最小公倍数は24なので，24÷８＝３回目までの相手繰り返しになる。よって，全員がＡ，Ｂの両方とあたる。

<u>△＝７のとき‥</u>７＋７＝14と８の最小公倍数は56なので，56÷８＝７回目までの相手の繰り返しになる。よって，全員がＡ，Ｂの両方とあたる。

以上の結果から，△＝<u>3，5，6，7</u>　です。

（2）　（Ⅰ）

㋐□＝3，△＝１のとき‥

１＋１＝２と３の最小公倍数は６なので，６÷３＝２回目までの相手の繰り返しになる。このとき①，②，③の相手は

1 回目（ＡＢＡ），
2 回目（ＢＡＢ）　となるので，2 回目の最後に終わる。

イ □＝4，△＝1 のとき‥

1＋1＝2 と 4 の最小公倍数が 4 なので，4÷4＝1 回目の相手の繰り返しになる。
1 回目（ＡＢＡＢ）　となるので，終わらない。

ウ □＝7，△＝2 のとき‥

2＋2＝4 と 7 の最小公倍数が 28 なので，28÷7＝4 回目までの相手の繰り返しになる。
1 回目（ＡＡＢＢＡＡＢ），
2 回目（ＢＡＡＢＢＡＡ），
3 回目（ＢＢＡＡＢＢＡ），
4 回目（ＡＢＢＡＡＢＢ）　となるので，4 回目の最後に終わる。
つまり，繰り返す回数が偶数回ならば最後に終わる。

エ □＝8，△＝3 のとき‥

3＋3＝6 と 8 の最小公倍数が 24 なので 24÷3 回目までの相手の繰り返しになる。繰り返すのが 1 回目から奇数回目までなので終わらない。

以上の結果から，練習が終わらないのはイ，エ　です。

（Ⅱ）

あ □＝6 のとき‥

△＝1 のとき，1＋1＝2 と 6 の最小公倍数が 6 なので，6÷6＝1 回目の相手の繰り返しになる。1 回目から奇数回の繰り返しなので終わらない。
△＝2 のとき，2＋2＝4 と 6 の最小公倍数が 12 なので 12÷6＝2 回目（偶数回目）までの繰り返しなので終わる。
△＝3 のとき，3＋3＝6 と 6 の最小公倍数が 6 なので，6÷6＝1 回目の相手の繰り返しになるので終わらない。

△＝4 のとき，4＋4＝8 と 6 の最小公倍数が 24 なので，24÷4＝6 回目（偶数回目）までの繰り返しになるので終わる。
△＝5 のとき，5＋5＝10 と 6 の最小公倍数が 30 なので，30÷6＝5 回目（奇数回目）までの繰り返しになるので終わらない。
以上の結果から終わるには△＝2，4　にすればよい。

い □＝12 のとき‥

△＝1 のとき，1＋1＝2 と 12 の最小公倍数が 12 なので 12÷12＝1 回目（奇数回目）の繰り返しになるので終わらない。
△＝2 のとき，2＋2＝4 と 12 の最小公倍数が 12 なので同様に終わらない。

△＝ 3 のとき，3 ＋ 3 ＝ 6 と 12 の最小公倍数が 12 なので同様に終わらない。
△＝ 4 のとき，4 ＋ 4 ＝ 8 と 12 の最小公倍数が 24 なので 24 ÷ 12 ＝ 2 回目（偶数回目）までの繰り返しになるので終わる。
△＝ 5 のとき，5 ＋ 5 ＝ 10 と 12 の最小公倍数が 60 なので 60 ÷ 12 ＝ 5 回目（奇数回目）までの繰り返しになるので終わらない。
△＝ 6 のとき，6 ＋ 6 ＝ 12 と 12 の最小公倍数は 12 なので終わらない。
△＝ 7 のとき，7 ＋ 7 ＝ 14 と 12 の最小公倍数が 84 で 84 ÷ 12 ＝ 7 回目（奇数回目）までの繰り返しになるので終わらない。
△＝ 8 のとき，8 ＋ 8 ＝ 16 と 12 の最小公倍数が 48 なので 48 ÷ 12 ＝ 4 回目（偶数回目）までの繰り返しになるので終わる。
△＝ 9 のとき，9 ＋ 9 ＝ 18 と 12 の最小公倍数が 36 なので 36 ÷ 12 ＝ 3 回目（奇数回目）までの繰り返しになるので終わらない。
△＝ 10 のとき，10 ＋ 10 ＝ 20 と 12 の最小公倍数が 60 なので 60 ÷ 12 ＝ 5 回目（奇数回目）までの繰り返しになるので終わらない。
△＝ 11 のとき，11 ＋ 11 ＝ 22 と 12 の最小公倍数が 132 なので 132 ÷ 12 ＝ 11 回目（奇数回目）までの繰り返しになるので終わらない。

以上の結果から終わるには△＝ 4，8 にすればよい。