2023年度　駒場東邦中学校（問題）

3　次の問いに答えなさい。

（1）　1 から 70 までのすべての整数の和を求めなさい。

（2）　1 から 70 までの整数のうち，$\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{イ}}$ までの連続した整数を除きます。残った整数の和を求めたところ 2023 になりました。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる整数の組みあわせをすべて求めなさい。ただし，$\boxed{\text{ア}}$ が 1，$\boxed{\text{イ}}$ が 10 のときは（1，10）のように答えなさい。

2023年度　駒場東邦中学校(解説)

3

(1)　等差数列の和の公式から

$(1+70)\times 70\div 2=71\times 35=\underline{2485}$　です。

(2)　70 以下の整数ア，イについて，

アからイまでの連続した整数の和は $2485-2023=462$。

アらイまでの整数の個数が奇数のとき‥

アからイまでの真ん中の整数は，アからイまでの平均に等しいので

$462\div$個数。よって，個数は $462=2\times 3\times 7\times 11$ の約数で，奇数なので

個数は $3\times 7\times 11$ の約数。

よって，個数＝1，3，7，11，21，33，77，231‥(ｱ)　のどれか。

個数＝1のとき‥ア＝イ＝462となるので，不適当。

個数＝3のとき‥真ん中の数＝$462\div 3=154>70$ となるので，不適当。

個数＝7のとき‥真ん中の数＝$462\div 7=66$，$7\div 2=3$ 余り1より，

$\underline{ア=66-3=63,\ イ=66+3=69}$。

個数＝11のとき‥真ん中の数＝$462\div 11=42$，$11\div 2=5$ 余り1より，

$\underline{ア=42-5=37,\ イ=42+5=47}$。

個数＝21のとき‥真ん中の数＝$462\div 21=22$，$21\div 2=10$ 余り1より，

$\underline{ア=22-10=12,\ イ=22+10=32}$。

個数＝33のとき‥真ん中の数＝$463\div 33=14$，$33\div 2=16$ 余り1より，

$ア=14-16<0$　となるので不適当。

個数＝77のとき，真ん中の数＝$463\div 77=6$，$77\div 2=38$ 余り1より，

$ア=6-38<0$ となるので不適当。

個数＝231のときも同様に不適当。

また，アからイまでの整数の個数が偶数のとき‥

アからイまでの真ん中は，真ん中2個の連続する整数の真ん中となるので，

アからイまでの平均は，小数第1位が5で，小数第1位までの小数。

また，$462\div$個数＝平均　なので，両辺を2倍して

$912\div$個数＝平均$\times 2$　とすると平均$\times 2$は整数なので，

個数は $912=2\times 2\times 3\times 7\times 11$ の約数で，$462=2\times 3\times 7\times 11$

を割ると小数第1位が5の小数第1位までの整数になるので，

4の倍数。

よって，個数は(ｱ)の4倍となり4，12，28，44，‥となる。

個数＝4のとき‥真ん中の数は $462\div 4=115.5>70$ となるので，不適当。

個数＝12のとき‥真ん中の数は $462\div 12=38.5$，$12\div 2=6$ より，

$\underline{ア=(38.5+0.5)-6=33,\ イ=(385-0.5)+6=44}$。

個数＝28のとき‥真ん中の数は $462\div 28=16.5$，$28\div 2=14$ より，

$\underline{ア=(16.5+0.5)-14=3,\ イ=(16.5-0.5)+14=30}$。

個数＝44のとき‥真ん中の数は $462\div 44=10.5$，$44\div 2=22$　より，

$ア=(10.5+0.5)-22=11-22<0$ となるので不適当。

個数が44を超える場合も同様に不適当となる。

以上の結果から，(ア，イ)＝<u>(63，69)，(37，47)，(12，32)，(33，44)，(3，30)</u>