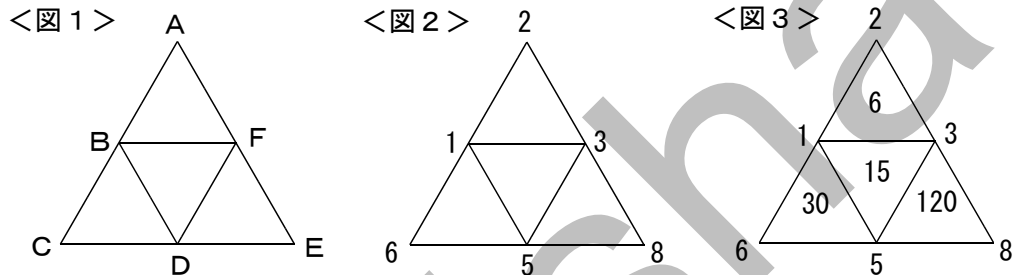


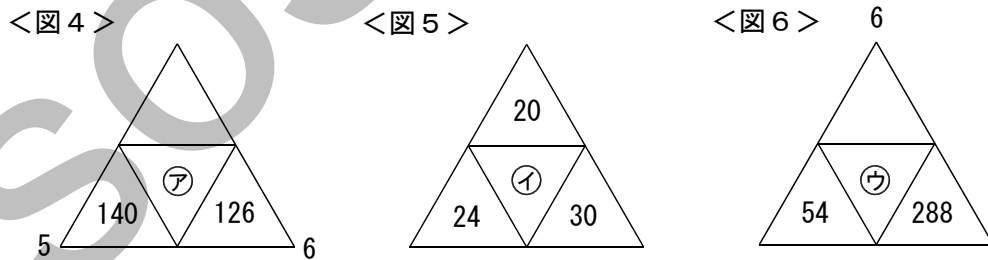
2023年度 桐朋中学校(問題)

- 7** <図1>のように、正三角形を合同な4つの正三角形に分けて、6つの点A, B, C, D, E, Fに1から9までの整数のうち異なる6つの数を書きます。合同な4つの正三角形の内部には、それぞれの正三角形の頂点に書いた3つの数の積を書きます。例えば<図2>のように6つの数を書くと、4つの正三角形の内部の数は<図3>のようになります。



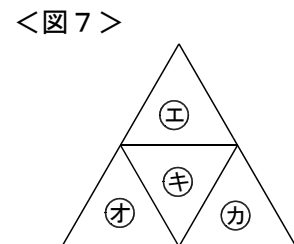
- (1) <図4>, <図5>, <図6>は、それぞれ書いた数の一部がかくされています。

- ① <図4>の㊦にあてはまる数を求めなさい。
- ② <図5>の㊩にあてはまる数を求めなさい。
- ③ <図6>の㊫にあてはまる数を求めなさい。考えられるものをすべて書きなさい。



- (2) <図7>は、書いた数がすべてかくされています。

㊥, ㊦, ㊧の数の比が6:5:5のとき, ㊨にあてはまる数を求めなさい。考えられるものをすべて書きなさい。

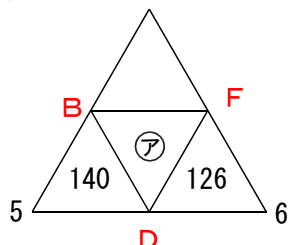


2023年度 桐朋中学校(解説)

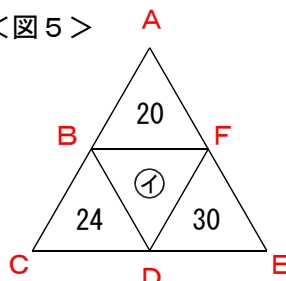
7

(1)

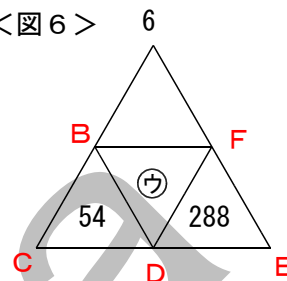
<図4>



<図5>



<図6>



① 図4において・・

Dは140と126の公約数。 $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ と $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$ の最大公約数は $2 \times 7 = 14$ なので、Dは1～9より、 $D = 1, 2, 7$ 。

D = 1のとき・・ $B = 140 \div (5 \times 1) = 28 > 9$ となるので不適当。

D = 2のとき・・ $B = 140 \div (5 \times 2) = 14 > 9$ となるので不適当。

D = 7のとき・・ $B = 140 \div (5 \times 7) = 4$, $F = 126 \div (6 \times 7) = 3$ となり適する。

よって、 $D = 7$, $B = 4$, $F = 3$ なので、

$$\textcircled{ア} = 7 \times 4 \times 3 = \underline{84} \text{ です。}$$

② 図5において・・

Fは20と30の公約数。 $20 = 2 \times 2 \times 5$ と $30 = 2 \times 3 \times 5$ の最大公約数は $2 \times 5 = 10$ なので、Fは1～9より、 $F = 1, 2, 5$ 。

F = 1のとき・・ $A \times B = 20 = 4 \times 5$, $D \times E = 30 = 6 \times 5$ となり5が2個必要となるので不適当。

F = 2のとき・・ $A \times B = 10 = 2 \times 5$, $D \times E = 30 = 3 \times 5$ となり5が2個必要となるので不適当。

F = 5のとき・・ $A \times B = 4 = 1 \times 4$ ・・(ア)なので、 $D \times E = 6 = 2 \times 3$ ・・(イ)。

よって、Cは1, 2, 3, 4, 5以外なので、6～9。

また、Cは24の約数なので6か8。

C = 6のとき・・ $B \times D = 4 = 1 \times 4$, (ア)より $B = 1$,

$A = D = 4$ となるので不適当。

C = 8のとき・・ $B \times D = 3 = 1 \times 3$ 。(ア)より、 $B = 1$, $D = 3$,

$A = 4$ となる。

以上の結果から、 $B = 1$, $D = 3$, $F = 5$ なので、

$$\textcircled{イ} = 1 \times 3 \times 5 = \underline{15} \text{ です。}$$

③ 図6において・・Dは54と288の公約数。 $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$,

$288 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ より、

最大公約数は $2 \times 3 \times 3 = 18$ なので、Dは1～9で、6以外なので、

$D = 1, 2, 3, 9$ 。

D = 1のとき・・ $F \times E = 288 \div 1 = 288 = 12 \times 24$ となり不適当。

D = 2のとき・・ $F \times E = 288 \div 2 = 144 = 12 \times 12$ となり不適当。

$D = 3$ のとき $\cdots F \times E = 288 \div 3 = 96 = 8 \times 12$ となり不適当。

$D = 9$ のとき $\cdots F \times E = 288 \div 9 = 32 = 4 \times 8$ より、

$(E, F) = (4, 8)$ または $(8, 4)$ 。

また、 $B \times C = 54 \div 9 = 6 = 2 \times 3$ より、

$(B, C) = (2, 3)$ または $(3, 2)$ 。

よって、 $(B, D, F) = (2, 9, 4), (2, 9, 8),$

$(3, 9, 4), (3, 9, 8)$ となる。

したがって、 $\textcircled{ウ} = 2 \times 9 \times 4 = 72, 2 \times 9 \times 8 = 144,$

$3 \times 9 \times 4 = 108, 3 \times 9 \times 8 = 216。$

72, 108, 144, 216 です。

(2) $\textcircled{エ}, \textcircled{オ}, \textcircled{カ}$ の値をそれぞれ比の $\textcircled{⑤}, \textcircled{⑤}, \textcircled{⑥}$

とすると、 $\textcircled{オ}, \textcircled{カ}$ はともに 5 の倍数なので、 $D = 5$ 。

よって、 D 以外の $A \sim F$ は

1, 2, 3, 4, 6, 7, 9 のどれかになる。

また、 $\textcircled{オ} = \textcircled{カ}$ より、

$$B \times C = E \times F$$

$$= 1 \times 6 = 2 \times 3 = 6 \cdots (7) \quad \text{または、}$$

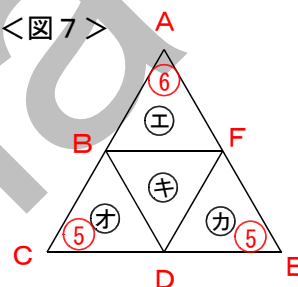
$$1 \times 8 = 2 \times 4 = 8 \cdots (1) \quad \text{または、}$$

$$2 \times 6 = 3 \times 4 = 12 \cdots (ウ) \quad \text{または、}$$

$$2 \times 9 = 3 \times 6 = 18 \cdots (エ) \quad \text{または、}$$

$$3 \times 8 = 4 \times 6 = 24 \cdots (オ)。$$

<図 7>



(7) のとき $\cdots \textcircled{⑤} = 6 \times 5 = 30$ より、 $\textcircled{⑥} = 30 \times \frac{6}{5} = 36 = A \times B \times F$ となるが、

$$B \times F = 1 \times 2 = 2 \rightarrow A = 18, 1 \times 3 = 3 \rightarrow A = 12,$$

$$6 \times 2 = 12 \rightarrow A = 3 \text{ となるが } E = 3 \text{ なので不適当。}$$

$$6 \times 3 = 18 \rightarrow A = 2 \text{ となるが } E = 2 \text{ なので不適当。}$$

よって、この場合は不適当。

(1) のとき $\cdots \textcircled{⑤} = 8 \times 5 = 40$ より、 $\textcircled{⑥} = 40 \times \frac{6}{5} = 48 = A \times B \times F$ 。

$$B \times F \times A = 8 \times 2 \times 3 \text{ とすると } B = 8, F = 2, A = 3 \text{ となり適する。}$$

$$\text{よって、} \textcircled{エ} = D \times B \times F = 5 \times 8 \times 2 = \underline{80}。$$

(ウ) のとき $\cdots \textcircled{⑤} = 12 \times 5 = 60$ より、 $\textcircled{⑥} = 60 \times \frac{6}{5} = 72 = A \times B \times F$ 。

$$B \times F \times A = 2 \times 4 \times 9 \text{ とすると } B = 2, F = 4, A = 9 \text{ となり適する。}$$

$$\text{よって、} \textcircled{エ} = D \times B \times F = 5 \times 2 \times 4 = \underline{40}。$$

(エ) のとき $\cdots \textcircled{⑤} = 18 \times 5 = 90$ より、 $\textcircled{⑥} = 90 \times \frac{6}{5} = 108 = A \times B \times F$ 。

$$B \times F \times A = 9 \times 3 \times 4 \text{ とすると, } B = 9, F = 3, A = 4 \text{ となり適する。}$$

$$\text{よって、} \textcircled{エ} = D \times B \times F = 5 \times 9 \times 3 = \underline{135}。$$

(オ) のとき $\cdots \textcircled{⑤} = 24 \times 5 = 120$ より、 $\textcircled{⑥} = 120 \times \frac{6}{5} = 144 = A \times B \times F$ となるが、

$$B \times F = 3 \times 4 \rightarrow A = 12, 3 \times 6 \rightarrow A = 8 \text{ となるが } C = 8 \text{ なので不適当。}$$

$8 \times 4 \rightarrow A = 4.5$ となり不適當。

$8 \times 6 \rightarrow A = 3$ となるが $B = 3$ なので不適當。

よって、この場合は不適當。

以上の結果から、

$\oplus = 40, 80, 135$ です。