

2023年度 開成中学校(問題)

- 5 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の 7 種類の数字のみを並べてつくられる整数 A, B を考えます。例えば, 5, 73, 1422 は整数 A, B としてふさわしいですが, 8, 939, 4016 は 8, 9, 0 の数字をふくむので整数 A, B としてふさわしくありません。

整数 A, B の和で新たな数をつくることを考えます。例えば, $A + B = 20$ になる A, B の組は, 次の表のように 10 通り考えられます。

A	17	16	15	14	13	7	6	5	4	3
B	3	4	5	6	7	13	14	15	16	17

次の空らんア～キにあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

- (1) $A + B = 96$ になる A, B の組について考えます。
A, B の一の位の数字は, その和が 6 になるので, 次の表のように 5 通り考えられます。

A の一の位の数字	5	4	3	2	1
B の一の位の数字	1	2	3	4	5

このうち, A の一の位の数字が 5, B の一の位の数字が 1 であるものを調べると, A, B の十の位の数字は, その和が 9 になるので, 次の表のように 6 通り考えられます。

A の一の位の数字	7	6	5	4	3	2
B の一の位の数字	2	3	4	5	6	7

このことから, $A + B = 96$ になる A, B の組のうち, A の一の位の数字が 5, B の一の位の数字が 1 であるものは, 6 通りあることがわかります。

これを参考にして考えると, $A + B = 96$ になる A, B の組は ア 通りあることがわかります。

- (2) $A + B = 971$ になる A, B の組について考えます。
 $971 = 960 + 11$ に着目して考えると, A, B の一の位の数字は, その和が 11 になるので, 次の表のように 4 通り考えられます。

A の一の位の数字	7	6	5	4
B の一の位の数字	4	5	6	7

また, (1) の結果を参考にして考えると, $A + B = 971$ になる A, B の組のうち, A の一の位の数字が 7, B の一の位の数字が 4 であるものは, イ 通りあることがわかります。

これを参考にして考えると, $A + B = 971$ になる A, B の組は ウ 通りあることがわかります。

(3) $A + B = 972$ となる A , B の組について考えます。

A , B の一の位の数字は、その和が 12 と 2 のどちらかになるので、次の表のように 4 通り考えられます。

A の一の位の数字	7	6	5	1
B の一の位の数字	5	6	7	1

・ $A + B = 972$ になる A , B の組のうち、 A の一の位の数字が 7, B の一の位の数字が 5 であるものは、 通りあります。

・ $A + B = 972$ になる A , B の組のうち、 A の一の位の数字が 1, B の一の位の数字が 1 であるものは、 通りあります。

これらを参考にして考えると、 $A + B = 972$ になる A , B の組は 通りあることがわかります。

(4) $A + B = 9723$ になる A , B の組は 通りあります。

2023年度 開成中学校(解説)

5

- (1) $A + B = 96$ のとき・・
 A , B の一の位が $(5, 1)$ のとき, 十の位は 6 通り。
 一の位が $(4, 2)$, $(3, 3)$, $(2, 4)$, $(1, 5)$ のときも同様に 6 通りずつ
 あるので, 全部で $6 \times 5 = 30$ 通り・・ア あります。
- (2) $A + B = 971$ のとき, A , B の百の位と十の位の組は和が 96 になるので,
 (1) より, 百の位と十の位の組は 30 通り。
 A の一の位が 7, B の一の位が 4 のときも 30 通りあるので,
 このとき, $A + B = 971$ になる, A , B の組は 30 通り・・イ あります。
 $A + B = 971$ のとき, A の一の位と十の位の組は 4 通りあるので,
 A , B の組は全部で $30 \times 4 = 120$ 通り・・ウ あります。
- (3) $A + B = 972$ になる A , B の組のうち, A の一の位が 7, B の一の位が 5 である
 ものは $7 + 5 = 12$ より, A の B の十の位と一の位の和が 96 になればいいの
 で(1)より, 30 通り・・エ あります。
 $A + B = 972$ になる A , B の組のうち, A の一の位の数字が 1, B の一の位の数字
 が 1 であるものは, $1 + 1 = 2$ で繰り上がりがないので, A と B の百の位と
 十の位の和が 97。
 このとき, A , B の十の位の組は $(6, 1)$, $(5, 2)$, $(4, 3)$, $(3, 4)$, $(2, 5)$,
 $(1, 6)$ の 6 通りあり, そのそれぞれについて, 百の位は
 $(7, 2)$, $(6, 3)$, $(5, 4)$, $(4, 5)$, $(3, 6)$, $(2, 7)$ の 6 通りあるので,
 A , B の百の位と十の位の組は $6 \times 6 = 36$ 通りある。
 よって, A の一の位が 1, B の一の位が 1 である A , B 組は 36 通り・・オ あり
 ます。
 $A + B = 972$ のとき, A , B の一の位が $(1, 1)$ のとき・・ 36 通り,
 A , B の一の位が $(7, 5)$, $(6, 6)$, $(5, 7)$ のとき・・それぞれ 30 通りあるの
 で, 全部で $36 + 30 \times 3 = 36 + 90 = 126$ 通り・・カ あります。
- (4) $A + B = 9723$ のとき・・
 A , B の千の位と十の位の和が 96 の数は・・ 30 通り。
 千の位と十の位の和が 97 の数は・・ 36 通り。
 また, A , B の一の位の和が 3 になる組は $(2, 1)$, $(1, 2)$ の 2 通り・・(ア),
 13 になる組は $(7, 6)$, $(6, 7)$ の 2 通り・・(イ)。
 A , B の一の位の和が 3 になるとき, 十の位は 2 か 12 で,
 2 になるのは $(1, 1)$ の 1 通り・・(ウ)。
 12 になるのは $(7, 5)$, $(6, 6)$, $(5, 7)$ の 3 通り・・(エ)。
 A , B の一の位の和が 13 になるとき, 十の位の和は 11 なので,
 $(7, 4)$, $(6, 5)$, $(5, 6)$, $(4, 7)$ の 4 通り・・(オ)。
 よって, A , B の下 3 桁の数の和が 23 になるのは・・
 (ア), (ウ) から $2 \times 1 = 2$ 通り。
 このとき, 上 2 桁の和は 97 なので, 全部で $2 \times 36 = 72$ 通り。
 A , B の下 2 桁の数の和が 123 になるのは
 (ア), (エ) と (イ), (オ) から, $2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$ 通り。
 このとき, 上 2 桁の和は 96 なので, 全部で $14 \times 30 = 420$ 通り
 となるので, $A + B = 9723$ となる A , B の組は $72 + 420 = 492$ 通り・・(キ) あり
 ます。