

2023年度 海城中学校(問題)

- ⑥ m と n はともに 3 以上の整数で、 m は n より大きいとします。横 m 個、たて n 個の $m \times n$ 個のマスの、左上から時計回りの渦巻き状に、1 から $m \times n$ までの整数を順に書いていきます。このように作られる表を表 $[m, n]$ と表すことにします。
例えば、表 $[4, 3]$ は次のようになります。

1	2	3	4
10	11	12	5
9	8	7	6

また、表 $[m, n]$ の左から a 個目、上から b 個目のマスに書かれた数を (a, b) と表すことにします。

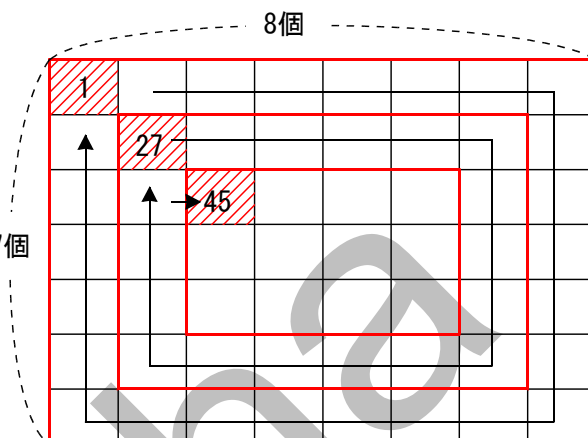
例えば、表 $[4, 3]$ における $(2, 3)$ は 8 です。

- (1) 表 $[8, 7]$ における $(4, 3)$ を求めなさい。
- (2) $(2, 2)$ が 27 となる表 $[m, n]$ は何通りありますか。
- (3) ある表 $[m, n]$ における $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$ は順に、1, 31, 53, 65 でした。このとき、 m と n の値を求めなさい。

2023年度 海城中学校(解説)

6

- (1) 右図で、外側から、1周目には
 $\{(8-1)+(7-1)\} \times 2 = 26$ 個
 あるので、 $(2, 2) = 1 + 26 = 27$ 、
 2周目には $\{(6-1)+(5-1)\} \times 2 = 18$ 個あるので、
 $(3, 3) = 27 + 18 = 45$ 。
 よって、 $(4, 3) = 45 + 1 = 46$
 です。



- (2) 表 $[m, n]$ において、
 1周目には $\{(m-1)+(n-1)\} \times 2$
 $= \{(m+n-2) \times 2 = (m+n) \times 2 - 4$ 個あるので、
 $(2, 2) = 1 + (m+n) \times 2 - 4 = (m+n) \times 2 - 3$ 。よって、 $(2, 2) = 27$ のとき、
 $m+n = (27+3) \div 2 = 15$ 。
 また、 m, n は 3 以上の整数で、 $m > n$ より、
 $(m, n) = (12, 3), (11, 4), (10, 5), (9, 6), (8, 7)$ となるので、
 全部で 5通り あります。
- (3) 表 $[m, n]$ において、
 外側から、1周目には $(m+n) \times 2 - 4$ 個あるので、
 $(1, 1) = 1$ より、 $(2, 2) = 1 + (m+n) \times 2 - 4 = (m+n) \times 2 - 3$ 。
 $(2, 2) = 31$ なので、 $(m+n) \times 2 - 3 = 31$ より、
 $m+n = (31+3) \div 2 = 34 \div 2 = 17 \cdots (7)$ 。
 2周目には $(m-2+n-2) \times 2 - 4 = (17-4) \times 2 - 4 = 22$ 個あるので、
 $(3, 3) = 31 + 22 = 53$ となり適する。
 3周目には $(m-4+n-4) \times 2 - 4 = (17-8) \times 2 - 4 = 14$ 個あるので、
 $(4, 4) = 53 + 14 = 67$ となり、 $(4, 4) = 65$ と一致しない。
 よって、65 は 3周目の途中にあるので、全体の個数は 66 個以下
 となるので、全体の個数は 65 個以上 66 個以下 $\cdots (i)$ となる。
 $m > n \geq 3$ と (7) とより、
 $(m, n) = (14, 3), (13, 4), (12, 5), (11, 6), (10, 7), (9, 8)$
 となるが、このうち (i) にあてはまるのは、 $(11, 6)$ のみ。
 したがって、 $m = 11, n = 6$ です。