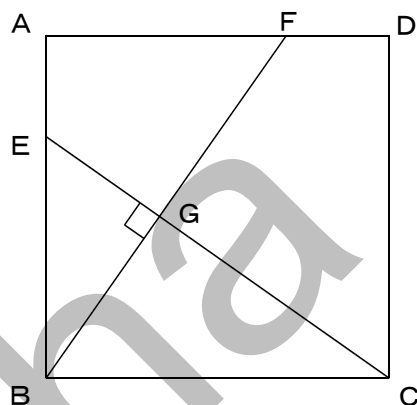


2023年度 城北埼玉中学校(問題)

- 3** 図のような1辺6cmの正方形の辺AB上に、 $BE = 4\text{cm}$ となるように点Eをとります。BからCEに垂直な線をひき、CEとの交点をG、ADとの交点をFとします。次の問いに答えなさい。

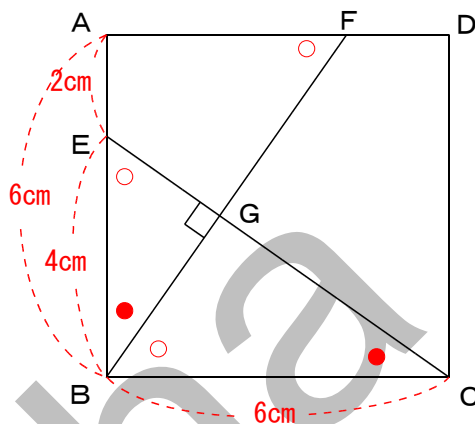


- (1) FDの長さを求めなさい。
- (2) 四角形FGCDの面積を求めなさい。
- (3) $BG : GF$ をもとめなさい。

2023年度 城北埼玉中学校(解説)

3

- (1) 右図で●印の角の大きさ、○印の角の大きさはそれぞれ等しい。
 また、 $BC = AB$ なので、
 $\triangle EBC$ と $\triangle FAB$ は合同。
 よって、 $AF = BE = 4\text{cm}$ なので、
 $FD = 6 - 4 = \underline{2\text{cm}}$ です。



- (2) 右図で、BFの延長とCDの延長の交点をHとすると、
 $\triangle HFD$ と $\triangle HBC$ は相似で、相似比は
 $FD : BC = 2 : 6 = 1 : 3$ 。
 よって、 $HD : HC = 1 : 3$ より、
 $HD : DC = 1 : (3 - 1) = 1 : 2$ 。

$DC = 6\text{cm}$ なので、 $HD = 6 \times \frac{1}{2} = 3\text{cm}$

となる。

よって、 $HC = 3 + 6 = 9\text{cm}$ より、
 相似な三角形である $\triangle EBG$ と $\triangle CHG$
 の相似比は $BE : HC = 4 : 9$ となるので、
 右図で $IG : GJ = 4 : 9$ 。

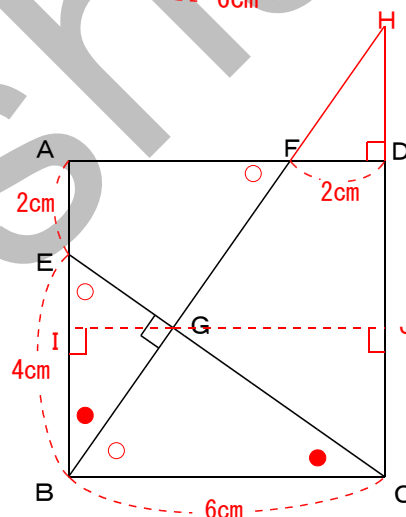
$IJ = 6\text{cm}$ なので、

$$GJ = 6 \times \frac{9}{4+9} = 6 \times \frac{9}{13} = \frac{54}{13} \text{ cm}。$$

したがって、 $\triangle HBC$ の面積は $CH \times GJ \div 2 = 9 \times \frac{54}{13} \times \frac{1}{2} = \frac{243}{13} \text{ cm}^2$ 。

また、 $\triangle HFG$ の面積は $2 \times 3 \div 2 = 3\text{cm}^2$ なので、

$$\text{四角形FGCDの面積は } \frac{243}{13} - 3 = \frac{204}{13} = 15\frac{9}{13} \text{ cm}^2 \text{ です。}$$



- (3) $BG : GF$ は、 $\triangle EBC$ と $\triangle FEC$ の
 面積比に等しい。
 $\triangle EBC$ の面積は $4 \times 6 \div 2 = 12\text{cm}^2$ 。
 $\triangle FEC$ の面積は
 $(2 + 6) \times 6 \div 2 - (2 \times 4 \div 2 + 2 \times 6 \div 2)$
 $= 24 - (4 + 6) = 24 - 10 = 14\text{cm}^2$ 。
 よって、
 $BG : GF = 12 : 14 = \underline{6 : 7}$ です。

