

**2023年度 暁星中学校(問題)****5**

- (1) 同じ数を2回かけるとき、 $2 \times 2 = 2^2$  のように書くこととします。次の **あ** ~ **え** にあてはまる値を求めなさい。(答えのみでよい。)

$$1+3+5+7 = \text{あ}^2$$

$$1+3+5+7+9 = \text{か}^2$$

$$1+3+5+\cdots+21+23 = \text{き}^2$$

$$1+3+5+\cdots+21+23+25 = \text{け}^2$$

- (2) **お**, **か**, **き** は6以上30以下の整数で、**お**と**か**は1以上の同じ整数で割りきれないとします。このとき、次の式が成り立つような **お** ~ **き** にあてはまる値を、(1)を参考にして求めなさい。

$$\text{お}^2 + \text{か}^2 = \text{き}^2$$

## 2023年度 暁星中学校(解説)

**5**

- (1) 1, 3, 5, 7, …の奇数のはじめから□個の和は等差数列の和の公式から,  
 $1+3+5+\cdots+(2\times\square-1)$   
 $=\{1+(2\square-1)\}\times\square\div 2=2\times\square\times\square\div 2=\square\times\square$  になる。  
 1+3+5+7は、はじめから4個の和なので、 $4\times 4=4^2$ 。よって、あ=4 です。  
 同様に、い=5。  
 また、1+3+5+…+23において23が□番目の奇数だとすると、  
 $2\times\square-1=23$ より、 $\square=(23+1)\div 2=12$ 。  
 よって、23は12番目の奇数なので、う=12 です。  
 また、25は13番目の奇数なので、え=13 です。
- (2) (1)より、 $1+2+3+\cdots+25=13^2$  は、最後の25が $5^2$  なので、  
 $1+2+3+\cdots+23+5^2=13^2$  より、 $12^2+5^2=13^2$  となるが、 $5<6$ より、  
 不適当。  
 同様に、最後が $7^2=7\times 7=49$ になるような、奇数の和は  
 49が $(49+1)\div 2=25$ 番目のきすうなので、  
 $1+3+5+\cdots+49=25^2$ 。  
 よって、 $1+3+5+\cdots+47+49=25^2$  より、  
 $1+3+5+\cdots+47+7^2=25^2$ 。  
 また、47は24番目の奇数なので、  
 $24^2+7^2=25^2$  つまり、 $7^2+24^2=25^2$  となり、  
 7, 24, 25は6以上30以下で、7と24は1以外の整数で割り切れないので適する。  
 よって、お=7, か=24, き=25 です。