

2023年度 獨協中学校(問題)

- 4 太郎君と先生が「2023」という整数について話しています。2 人の会話を読んで、あとの問いに答えなさい。

先生：「今年は 2023 年。2023 は 7 年ぶりの 7 の倍数だね。」

太郎：「2023 を 7 で割ると、あ が 289 で余りは 0。確かに 7 の倍数です。」

先生：「実は、7 の倍数かどうかを見分ける方法があるんだよ。」

太郎：「え、筆算を使わずに分かるんですか？」

先生：「筆算が必要なときもあるけど、計算の手間を省ける方法だよ。まず、調べたい整数を百の位と千の位の間で区切るんだ。そして、区切ってできた 2 つの整数を比べて、大きい数から小さい数を引いた い が 7 の倍数なら、もとの調べたい整数も 7 の倍数になるよ。」

太郎：「えっと……。どういうことでしょうか？」

先生：「32109 を例に考えてみよう。32109 を百の位と千の位の間で区切ると、32 と 109。
 $109 - 32 = 77$ 。この 77 は 7 の倍数だから、もとの 32109 も 7 の倍数①ってことだよ。」

太郎：「なるほど。じゃあ、区切って引き算をした結果、77 みたいに小さい数ではなく、もっと大きい数だったらどうするんですか？」

先生：「それは筆算するしかないね。例えば 6 桁の整数を調べるときにこの方法を使えば、最大でも ウ 桁の整数を 7 で割れば済むことになるから、計算は楽になるよ。」

太郎：「確かに。でも、なぜこの方法で 7 の倍数かどうかわかるんですか？」

先生：「7 の倍数と 7 の倍数を足した数って、7 の倍数になるよね？」

太郎：「はい。 $28 + 42 = 70$ のように、7 の倍数どうしの和は 7 の倍数ですね。」

先生：「ここで、先ほどの 32109 を次のような式であらわしてみよう。」

<式>

$$32109 = 109 + 32 \times 1000 = 109 + 32 \times (1001 - 1) = (109 - 32) + 32 \times 101$$

太郎：「なんで 32×1000 をわざわざ $32 \times (1001 - 1)$ にしたんですか？」

先生：「この 1001 がポイント。1001 は 7 の倍数だから、 32×1001 は 7 の倍数。したがって、 $109 - 32$ が 7 の倍数になれば、32109 は 7 の倍数どうしの和で表せる②ということになるね。」

太郎：「だから、 $109 - 32 = 77$ が 7 の倍数かどうか考えることで、32109 が 7 の倍数かどうかまでわかるんですね。」

- (1) 文章中の あ，い にあてはまる感じ 1 文字をそれぞれ答えなさい。
- (2) 文章中の ウ にあてはまる整数を答えなさい。
- (3) 202321 が 7 の倍数であることを、文章中の下線部①のように説明しなさい。
- (4) 1001 は $7 \times 11 \times 13$ と表すことができます。2023 が 13 の倍数ではないことを、文章中の<式>や下線部②にならって説明しなさい。

2023年度 獨協中学校(解説)

4

- (1) $2023 \div 7 = 289$ なので、商・ア が 289 で、余りは 0 です。
また、大きい数から小さい数を引いた値は、2 つの数の差・イ です。
- (2) 6 桁の整数を百の位と千の位の間で区切ると、2 個の 3 桁の整数になるので、
それらの差は最大で 3 桁。よって、3・ウ 桁の整数を 7 で割れば済むことになる。
- (3) 202321 を百の位と千の位の間で区切ると、202 と 321。 $321 - 202 = 119$ 。
119 は、 $119 \div 7 = 17$ となるので 7 の倍数だからもとの 202321 も 7 の倍数になる。
- (3) $2023 = 23 + 2 \times 1000 = 23 + 2 \times (1001 - 1) = (23 - 2) + 2 \times 1001$
 $= 21 + 2 \times 1001$ となり、1001 は $7 \times 11 \times 13$ より 13 の倍数で、
21 は 13 の倍数ではない。よって、2023 は 13 の倍数ではない。