

2022年度 早稲田実業学校中等部(問題)

- 4 図1のような、上の面が赤くぬられた円柱があります。次のⒶまたはⒷの2つの切り方を何回かくり返し使って、この円柱を切り分けます。

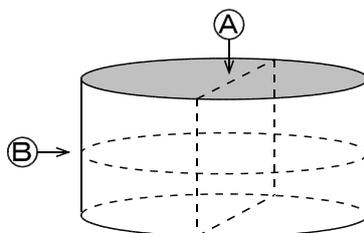


図1

切り方

- Ⓐ 赤い面ができるだけ多くの部分に分けられるように、まっすぐ縦に切る。
 Ⓑ まっすぐ横に切る。

例えば切り方Ⓐでは、図2の点線のように切ることはありません。

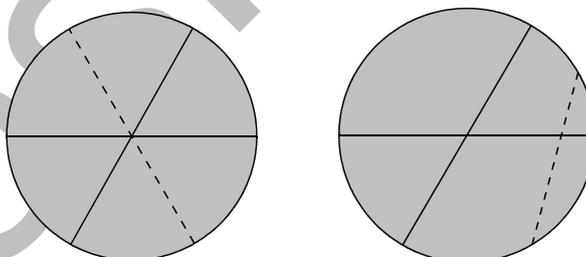


図2

ⒶとⒷのうち、使わない切り方があってもよいものとします。次の各問いに答えなさい。

- (1) 3回切ったときに分けられる立体の個数として考えられるものをすべて答えなさい。
- (2) 切り方はⒶのみで5回切ったときに分けられる立体の個数を答えなさい。
- (3) 6回切ったときに分けられる立体の個数として考えられるものの中で、最も多い個数を答えなさい。

2022年度 早稲田実業学校中等部(解説)

4

(1) **Ⓐ** だけを行うと、赤い面が切り分けられる個数と同じ個数だけ立体が分けられるので、分けられる立体の個数は・・

1 回行うと・・2 個。

2 回行うと・・赤い部分で、交点が 1 個増え、面は $1 + 1 = 2$ 個増えるので
面の個数は $2 + 2 = 4$ 個。よって、立体も 4 個、

3 回行うと・・赤い部分で、交点が 2 個増え、面は $2 + 1 = 3$ 個増えるので、
面の個数は $4 + 3 = 7$ 個。よって、立体も 7 個。

また、**Ⓑ** だけ行うと、分けられる立体の個数は・・

1 回行うと・・ $1 + 1 = 2$ 個、

2 回行うと $2 + 1 = 3$ 個、

3 回行うと $3 + 1 = 4$ 個 となる。

よって、3 回切るとき、分けられる立体の個数は・・

Ⓐ 3 回するとき・・7 個、

Ⓐ 2 回 **Ⓑ** 1 回するとき・・ $4 \times 2 = 8$ 個、

Ⓐ 1 回 **Ⓑ** 2 回するとき・・ $2 \times 3 = 6$ 個、

Ⓑ 3 回するとき・・4 個 となる。

したがって、4 個、6 個、7 個、8 個 です。

(2) (1)の続きより、

Ⓐ を 4 回行うと・・赤い面で、交点が 3 個増え、面は $3 + 1 = 4$ 個増えるので、
面の個数は $7 + 4 = 11$ 個、よって、立体も 11 個。

5 回行うと・・赤い面で、交点が 4 個増え、面は $4 + 1 = 5$ 個増えるので、
面の個数は $11 + 5 = 16$ 個、よって、立体も 16 個。

つまり、**Ⓐ** のみで 5 回切ると 16 個 の立体に分けられます。

(3) **Ⓐ** のみを 6 回行うと $5 + 1 = 6$ 、 $16 + 6 = 22$ より、22 個の立体に分けられる。

また、(1)の続きで、**Ⓑ** のみを行うとき、分けられる立体の個数は

4 回行うと・・5 個、5 回行うと 6 個、6 回行うと 7 個・・となる。

よって、6 回切るとき、分けられる立体の個数は

A 6 回するとき・・22 個、

A 5 回 B 1 回するとき・・ $16 \times 2 = 32$ 個、

A 4 回 B 2 回するとき・・ $11 \times 3 = 33$ 個、

A 3 回 B 3 回するとき・・ $7 \times 4 = 28$ 個、

A 2 回 B 4 回するとき・・ $4 \times 5 = 20$ 個、

A 1 回 B 5 回するとき・・ $2 \times 6 = 12$ 個、

B 6 回するとき・・7 個 となるので、

最も多い個数は 33 個 です。