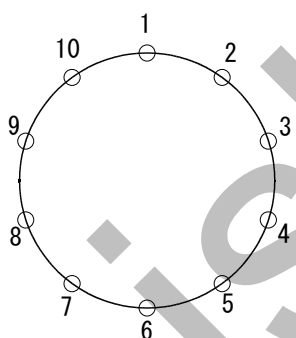


2022年度 桐蔭学園中等教育学校(問題)

3

- (3) 【図4】のように、円周上に1～10までの番号が書かれた電球が、時計回りで番号の小さい順に置かれています。これらの電球は、1番の明かりをつけると、5番、9番、・・・のように3個おきに明かりがついていきます。これを2周目、3周目、・・・と続けていきました。ただし、最初に1番の電球の明かりをつける前は、すべての電球が消えていて、一度明かりがついた電球は消えることはありません。このとき次の問いに答えなさい。

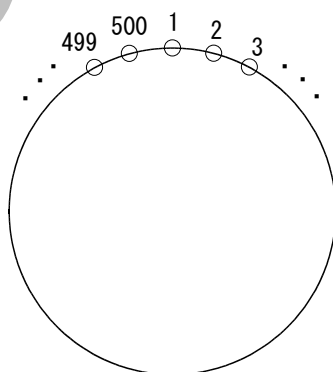
- ① 2周目に入って、最初に明かりがついた電球の番号は何番ですか。



【図4】

続いて、【図5】のように、円周上に1～500までの番号がついた電球が、時計回りで番号の小さい順に置かれています。1番の電球の明かりをつけると、16番、31番、・・・のように14個おきに明かりがついていきます。これを2周目、3周目、・・・と続けていきました。

ただし、最初に1番の電球の明かりをつける前は、すべての電球が消えていて、一度明かりがついた電球は消えることはありません。このとき、次の問いに答えなさい。



【図5】

- ② 2周目に入って、最初に明かりがついた電球の番号は何番ですか。

- ③ 何周しても明かりがつかない電球は、何個ありますか。

2022年度 桐蔭学園中等教育学校(解説)

3

- (3) ① 2 周目の 1, 2, 3, $\dots$ 10 を 11, 12, 13, $\dots$ 20 のように表し,
 (1, 2, 3, 4), (5, 6, 7, 8), $\dots$ のように 4 個ずつ組をつくると,
 明かりがつくのは, 1, 5, 9, $\dots$ のように各組の 1 番目。
 2 周目の最初は 11 で, $11 \div 4 = 2$ 余り 3 より, 11 は第 3 組の 3 番目。
 よって, 2 周目で最初に明かりがつくのは第 4 組の 1 番目なので,
 $4 \times 3 + 1 = 13$ 。
 したがって, 実際の番号は $13 - 10 = 3$ です。
- ② 2 周目の 1, 2, 3, $\dots$, 500 を 501, 502, 503, $\dots$ のように表し,
 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15), (16, $\dots$, 30) のよ
 うに 15 個ずつ組に分けると, 明かりがつくのは, 1, 16, $\dots$ のように各組の 1
 番目。2 周目の最初は 501 で, $501 \div 15 = 33$ 余り 6 より,
 第 34 組の 6 番目。よって, 2 周目で最初に明かりがつくのは,
 第 35 組の 1 番目なので $15 \times 34 + 1 = 511$ 。
 したがって, 実際の番号は $511 - 500 = 11$ です。
- ③ 実際の番号の (1, 2, 3, $\dots$, 15) について, 明かりがつくのは
 1 周目が 1 で, このあと 15 個ずつ組をつくると, 明かりがつくのはつねに組
 の 1 番目。
 2 周目が 11 で, あとはつねに組の 11 番目。
 3 周目について $\dots$ 2 周目から 3 周目も同様に明かりがつく番号は右に
 $11 - 1 = 10$ ずれるので,
 1 $\sim$ 15 のうち, $11 + 10 - 15 = 6$ 番目がつき, あとはつねに組の 6 番目
 がつく。
 4 周目につい $\dots$ 明かりがつく番号は 3 周目から 10 ずれるので, 1 $\sim$ 15 のうち
 $6 + 10 - 15 = 1$ 番目がつくことになるが, これは 1 周目と同じもの。
 よって, 明かりがつくのは (1, 2, 3, $\dots$, 15) のうち, 1 番目と 11 番目と 6
 番目の 3 個のみ。
 1 から 500 を 15 個ずつ組に分けると $500 \div 15 = 33$ 余り 5 より,
 明かりがつく番号は $3 \times 33 + 1 = 100$ 個。
 したがって, 何周しても明かりがつかない電球は $500 - 100 = 400$ 個 ありま
 す。