

2022年度淑徳中学校(問題)

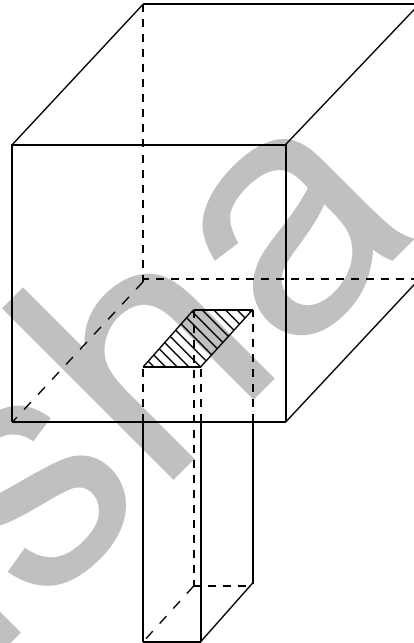
5

1 辺が 40cm の立方体の空の水そうがあり、その底には長方形の穴が開いています。高さ 40cm の直方体が、図のように、立方体の底面の穴と、直方体の底面(しゃ線部分)がぴったりと重なるようにくっついていきます。

毎分 1800cm^3 で水を入れ始めると同時に、直方体を水そうの中に毎分 1cm の速さで真上に動かします。

水を入れ始めてから 5 分後の水面の高さが、水そうの底から 6cm になるとき、次の問いに答えなさい。

ただし、直方体の中に水が入ることではなく直方体を動かすとき、水はもれものとしします。



- (1) 水そうがいっぱいになるのは、水を入れ始めてから何分何秒後ですか。
- (2) しゃ線部分の面積はいくつですか。
- (3) 水を入れ始めてから 20 分 22 秒後に水を入れる量を 2 倍にしました。その後しばらくして直方体を動かすのを止めたところ、水を入れ始めてから 27 分 4 秒後に水そうがいっぱいになりました。直方体を動かすのを止めたのは、水を入れる量を 2 倍にしてから何分何秒後ですか。

2022年度 淑徳中学校(解説)

5

- (1) 水面下の水量の増加と、直方体の体積の増加は一定なので、水面は毎分 $6 \div 5 = 1.2\text{cm}$ 上がる。水そうの深さは 40cm なので、水そうがいっぱいになるのは、水を入れ始めてから、

$$40 \div 1.2 = 40 \div \frac{6}{5} = 40 \times \frac{5}{6} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3} \text{ 分後。}$$
 つまり、33 分 20 秒後 です。
- (2) 水を入れ始めてから 5 分後は、右図のようになる。水そうの底面積は $40 \times 40 = 1600\text{cm}^2$ なので、水そう内の直方体の体積は $1600 \times 6 - 1800 \times 5 = 9600 - 9000 = 600\text{cm}^3$ となる。よって、斜線部分の面積、つまり、直方体の底面積は $600 \div 5 = \underline{120\text{cm}^2}$ です。
- (3) 水を入れ始めてから 20 分 22 秒後の水面の高さは $1.2 \times 20\frac{22}{60} = \frac{6}{5} \times \frac{611}{30} = \frac{611}{25} \text{ cm}$ となるので、満水まであと $40 - \frac{611}{25} = \frac{389}{25} \text{ cm}$ 。
 また、直方体を動かしながら、水を入れる量を 2 倍にすると、水面は毎分 $(1800 \times 2 + 120 \times 1) \div 1600 = 3720 \div 1600 = \frac{3720}{1600} = \frac{93}{40} \text{ cm}$ 上がる。
 また、直方体を動かさずに水を入れる量を 2 倍にすると、水面は毎分 $1800 \times 2 \div 1600 = \frac{3600}{1600} = \frac{9}{4} \text{ cm}$ 上がる。
 また、20 分 22 秒後から、満水まで $27 \text{ 分 } 4 \text{ 秒} - 20 \text{ 分 } 22 \text{ 秒} = 6 \text{ 分 } 42 \text{ 秒} = 6.7 \text{ 分}$ かかったので、つるかめ算から、この間、直方体を動かしていた時間は $\left(\frac{389}{25} - \frac{9}{4} \times 6.7 \right) \div \left(\frac{93}{40} - \frac{9}{4} \right) = \left(\frac{389}{25} - \frac{603}{40} \right) \div \frac{3}{40} = \left(\frac{3112}{200} - \frac{3015}{200} \right) \times \frac{40}{3}$

$$= \frac{97}{200} \times \frac{40}{3} = \frac{97}{15} = 6\frac{7}{15} \text{ 分} = 6 \text{ 分 } 28 \text{ 秒。}$$
 よって、直方体を動かすのを止めたのは、水を入れる量を 2 倍にしてから 6 分 28 秒後 です。