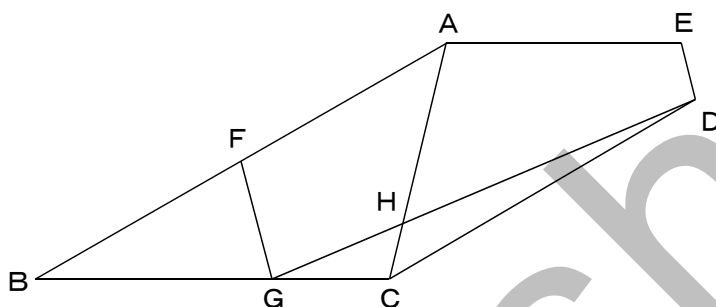


2022年度 明治大学付属明治中学校(問題)

- 5 下の図のように、五角形 $ABCDE$ があります。辺 AB 上に点 F ，辺 BC 上に点 G があり， AC と DG の交わる点を H とします。 AE と BC ， AB と DC ， FG と ED はそれぞれ平行で， $AF = 2\text{cm}$ ， $FB = 2\text{cm}$ ， $BG = 2\text{cm}$ ， $GC = 1\text{cm}$ ， $CD = 3\text{cm}$ ， $FG = 1\text{cm}$ です。このとき，次の各問いに答えなさい。



- (1) 三角形 FBG の面積と六角形 $AFGCDE$ の面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (2) 三角形 FBG の面積と三角形 HGC の面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

2022年度 明治大学付属明治中学校(解説)

5

- (1) 右図で, $BF : BA = 2 : (2 + 2)$
 $= 2 : 4 = 1 : 2,$

$$BG : BC = 2 : (2 + 1) = 2 : 3$$

なので,

$\triangle FBG$ と $\triangle ABC$ の
面積比は

$$1 \times 2 : 2 \times 3 \\ = 1 : 3.$$

よって, それぞれの面積を比の①, ③とする。

また, AE の延長と CD の延長の交点を I とすると,

AB と IC , AI と BC はそれぞれ平行なので, 四角形 $ABCI$ は平行四辺形。

よって, $\triangle ACI$ の面積 $=\triangle ABC$ の面積 $=$ ③となる。

また, 平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので, 角 B =角 I 。

さらに, EI と BG , FG と ED は平行なので角 FGB =角 DEI なので,
 $\triangle FBG$ と $\triangle DIE$ は相似。

また, $CI = AB = 4\text{cm}$ (平行四辺形の向かい合う辺の長さ)より,

$ID = 4 - 3 = 1\text{cm}$ なので, $\triangle FBG$ と $\triangle DIE$ の相似比は $2 : 1$ 。

よって, 面積比は $2 \times 2 : 1 \times 1 = 4 : 1$ となるので,

$\triangle DIE$ の面積は① $\times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$, 六角形 $AFGCDE$ の面積は

$$\textcircled{3} + \textcircled{3} - \textcircled{1} - \frac{1}{4} = \frac{19}{4} \text{ となる。}$$

したがって, $\triangle FBG$ の面積と六角形 $AFGCDE$ の面積の比は

$$\textcircled{1} : \frac{19}{4} = 1 : \frac{19}{4} = \underline{4 : 19} \text{ です。}$$

- (2) (1)と同様に, $\triangle FBG$, $\triangle ABC$
 の面積の比をそれぞれ①, ③

とすると,

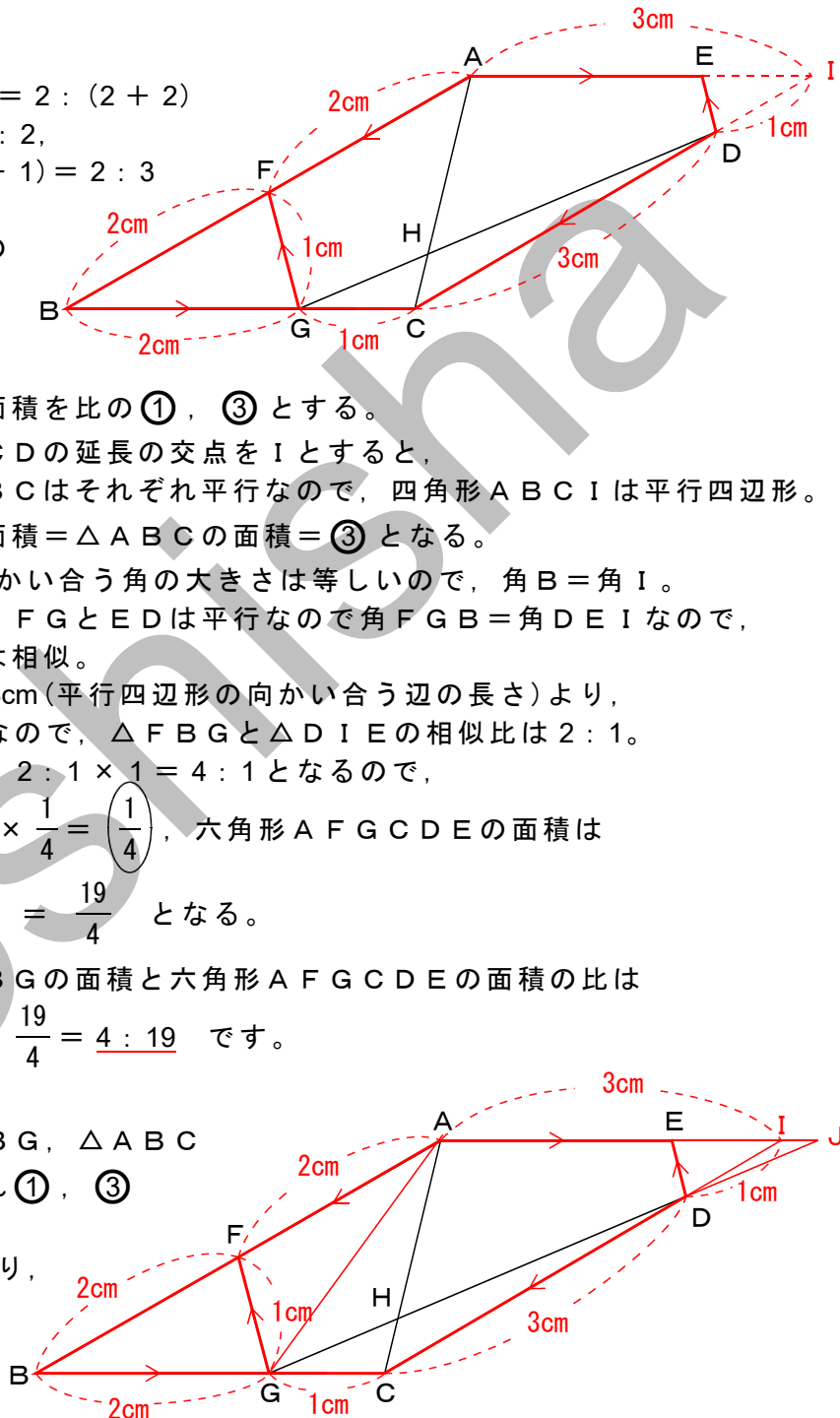
$BG : GC = 2 : 1$ より,
 $\triangle AGC$ の面積は

$$\textcircled{3} \times \frac{1}{2+1} \\ = \textcircled{3} \times \frac{1}{3} = \textcircled{1} \cdots (7).$$

また, AE の延長と GD の延長の交点を J とすると,

IJ と GC は平行なので $\triangle IDJ$ と $\triangle CDG$ は相似で, 相似比は

$$ID : CD = 1 : 3. \text{ よって, } IJ : CG = 1 : 3 \text{ より, } IJ = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ cm,}$$



$$AJ = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \text{ cm となる。}$$

また、AJとCGが平行なので、△HGCと△HJAは相似で、相似比は

$$CG : AJ = 1 : \frac{10}{3} = 3 : 10。$$

よって、CH : HA = 3 : 10・・・(イ) となる。

(ア)、(イ)から、△HGCの面積は

$$\textcircled{1} \times \frac{3}{3+10} = \left(\frac{3}{13}\right) \text{ となるので，}$$

△FBGの面積と△HGCの面積の比は $\textcircled{1} : \left(\frac{3}{13}\right) = 1 : \frac{3}{13} = \underline{13 : 3}$ です。