

2022年度 慶應義塾中等部(問題)

6 次の に適当な数を入れなさい。

- (1) $5 + 6 = 11$, $5 + 6 + 6 = 17$ のように, 5 と 6 をいくつ加えて整数をつくれます。また, $5 + 5 = 10$, $6 + 6 = 12$ のように, 5 または 6 のどちらか一方のみを加えてもよいこととします。このとき, つくることができない最大の整数は です。
- (2) $11 + 13 = 24$ のように, 11 と 13 をいくつ加えて整数をつくれます。11 も 13 も必ず 1 つは加えるとき, つくることができない最大の整数は です。

2022年度 慶應義塾中等部(解説)

6

(1) 整数を 5 で割ったときの余りで分類すると・・

5 で割ると 1 余る数・・1, 6, …となり, 6 のあとは 6 に 5 の倍数を加えてけば, すべてつくれる。

つまり, 6 以降はずべてつくれる。

5 で割ると 2 余る数・・2, 7, 12, …となり, $6 \times 2 = 12$ で 12 をつぐれば, あとは 5 の倍数を加えていけばすべてつくれる。

5 で割ると 3 余る数・・3, 8, 13, 18, …となり, $6 \times 3 = 18$ で 18 をつぐれば, あとは 5 の倍数を加えていけばすべてつくれる。

5 で割ると 4 余る数・・4, 9, 14, 19, 24, …となり, $6 \times 4 = 24$ で 24 をつぐれば, あとは 5 の倍数を加えていけばすべてつくれる。

5 で割ると割り切れる数・・5, 10, 15, …はずべてつくれる。

以上の結果から, つくることのできない最大の整数は 19 です。

(2) 整数を 11 で割ったときの余りで分類すると・・

11 で割ると 1 余る数・・1, 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89, …となり, 78 は 13 の倍数なので 89 以降はつくれる。

つまり, 作れない数の最大は $78 = 13 \times 6$ 。

11 で割ると 2 余る数・・2, 13, 24 となり, 13 は 13 の倍数なので 24 以降はつくれる。つまり, 作れない数の最大は $13 = 13 \times 1$ 。

以下同様に,

11 で割ると 3 余る数・・3, 14, 25, 36, 47, 58, 69, 80, 91, となり 91 は 13 の倍数なので数の最大は $91 = 13 \times 7$ 。

11 で割ると 4 余る数・・4, 15, 26 となり, 26 は 13 の倍数なので, 作れない数の最大は $26 = 13 \times 2$ 。

11 で割ると 5 余る数・・5, 16, 27, 38, 49, 60, 71, 82, 93, 104 となり, 104 は 13 の倍数なので, 作れない数の最大は $104 = 13 \times 8$ 。

11 で割ると 6 余る数・・6, 17, 28, 39, となり, 39 は 13 の倍数なので作れない数の最大は $39 = 13 \times 3$ 。

11 で割ると 7 余る数・・7, 18, 29, 40, 51, 62, 73, 84, 95, 106, 117 となり, 117 は 13 の倍数なので作れない数の最大は $117 = 13 \times 9$ 。

11 で割ると 8 余る数・・8, 19, 30, 41, 52 となり, 52 は 13 の倍数なので, 作れない数の最大は $52 = 13 \times 4$ 。

11 で割ると 9 余る数・・9, 20, 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97, 108, 119, 130, となり 130 は 13 の倍数なので作れない数の最大は $130 = 13 \times 10$ 。

11 で割ると 10 余る数・・10, 21, 32, 43, 54, 65, となり 65 は 13 の倍数なので, 作れない数の最大は $65 = 13 \times 5$ 。

11 で割ると割り切れる数・・11, 22, …となり, 13 の倍数になるのは $11 \times 13 = 143$ 。よって, 作れない数の最大は $143 = 13 \times 11$ となる。

以上の結果から, 作ることができない最大の整数は 143 です。