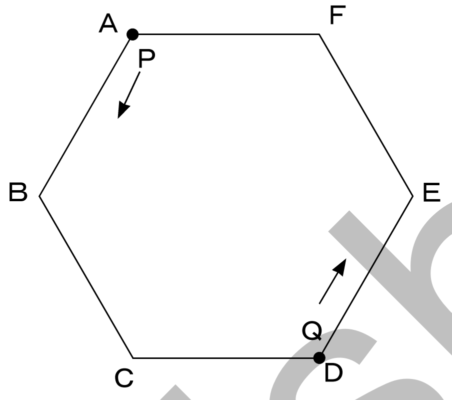
2021年度　開智未来中学校(問題)

6　下の図で，ＡＢＣＤＥＦは１辺が 6cm の正六角形です。点Ｐ，Ｑはそれぞれ点Ａ，Ｄを同時に出発し，正六角形ＡＢＣＤＥＦの周上を反時計回りに進み続けます。点Ｐ，Ｑの進む速さはそれぞれ毎秒 2cm，毎秒 1cm です。



(1)　出発してから１秒後の三角形ＡＰＱの面積は正六角形ＡＢＣＤＥＦの何倍ですか。

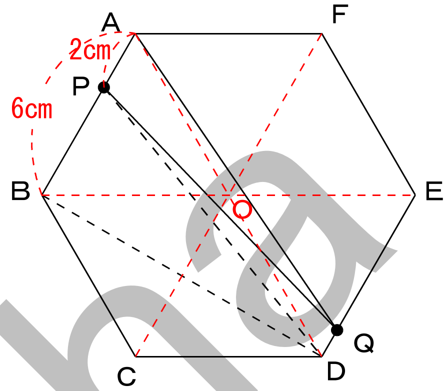
(2)　出発してから４秒後の三角形ＡＰＱの面積は正六角形ＡＢＣＤＥＦの何倍ですか。

(3)　出発してから 18 秒後までの間で，三角形ＡＰＱの面積が最も大きくなるのは何秒後ですか。

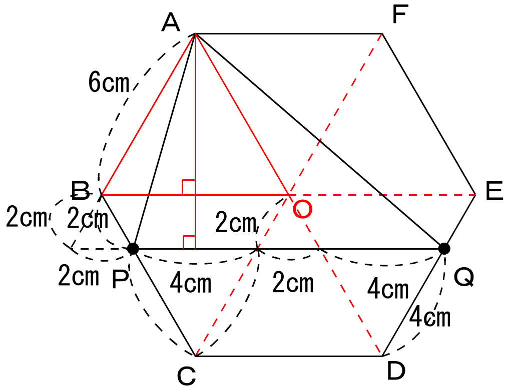
2022年度　開智未来中学校(解説)

6

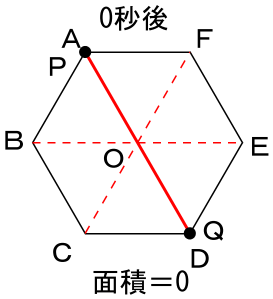
(1)　出発してから１秒後，ＰはＡから
　$2\times1=2$cm，
Ｑ はＤから $1\times1=1$cm 進むので，
△ＡＰＱは右図のようになる。
右図で，ＡＢとＤＥは平行なので，
△ＡＰＱの面積は△ＡＰＤの面積に
等しい。・・(ｱ)
ここで，正六角形を対角線で
６等分してしてできる正三角形１個の
面積を１とし，対角線の交点をＯとする
と，ＡＯ：ＯＤ＝１：１より，
(△ＯＡＢの面積)＝(△ＯＢＤの面積)＝１となるので，
△ＡＢＤの面積は $1+1=2$。
また，ＡＰ：ＡＢ＝２：６＝１：３なので，△ＡＰＤの面積と△ＡＢＤの面積の
比も１：３。よって，△ＡＰＤの面積は $2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ となるので，(ｱ)より，
△ＡＰＱの面積も $\frac{2}{3}$。また，正六角形ＡＢＣＤＥＦの面積は $1\times6=6$
なので，△ＡＰＱの面積は正六角形ＡＢＣＤＥＦの面積の
$\frac{2}{3}\div6=\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{9}$ 倍　です。

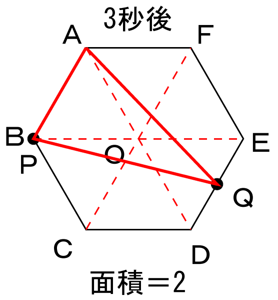


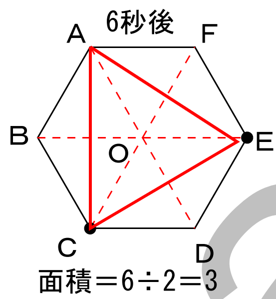
(2)　出発してから４秒後，ＰはＡから
　$2\times4=8$cm，
Ｑ はＤから $1\times4=4$cm 進むので，
△ＡＰＱは右図のようになる。
右図で，△ＯＡＢと△ＡＰＱを
比べると，底辺の比が
６：(４＋２＋４)＝６：10＝３：５，
高さの比が６：(６＋２)＝６：８＝３：４
になるので，面積の比は
$3\times3:5\times4=9:20$。
よって，△ＯＡＢの面積を１とすると，
△ＡＰＱの面積は $1\times\frac{20}{9}=\frac{20}{9}$，正六角形ＡＢＣＤＥＦの面積は $1\times6=6$
となるので，△ＡＰＱの面積は正六角形ＡＢＣＤＥＦの面積の
$\frac{20}{9}\div6=\frac{20}{9}\times\frac{1}{6}=\frac{10}{27}$ 倍　です。

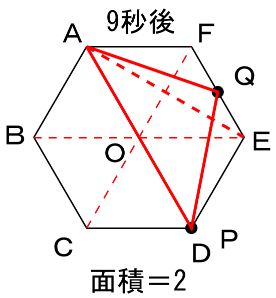


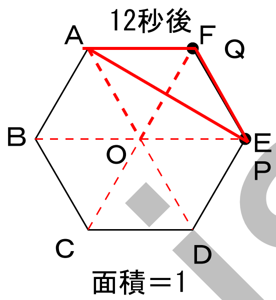
(3)　△ＡＯＰの面積の増減が変化するのはＰまたはＱが正六角形の頂点にくるときなので，出発してから，0 秒，3 秒，6 秒，9 秒，12 秒，15 秒，18 秒後の△ＡＯＰの面積を調べる。(1)，(2) と同様に，正六角形を 6 等分した正三角形の面積を 1 とすると‥

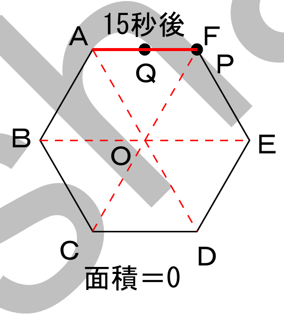


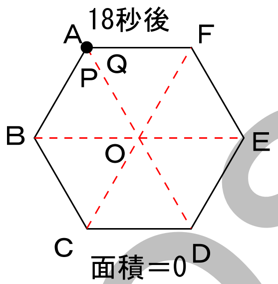












‥のようになるので，△ＡＰＱの面積が最も大きくなるのは，<u>6 秒後</u>　です。