

2022年度 穎明館中学校(問題)

- 5 (3)は途中の式や計算，図，考え方などを解答用紙の定められた場所を書きなさい。

次のようにある規則にしたがって数が並んでいます。

2, 1, 4, 3, 2, 1, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, ……

- (1) 7 回目の 1 は最初から数えて何番目ですか。
- (2) 最初から数えて 100 番目の数を求めなさい。
- (3) 最初の数から順にたしていくとき，初めて 200 をこえるのは何番目ですか。

2022年度 穎明館中学校(解説)

5

(1) 数列を

2, 1, | 4, 3, 2, 1, | 6, 5, 4, 3, 2, 1, | 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, |
 1組 2組 3組 4組

..のように、組に分けると、第□組の先頭は $2 \times \square$ 、で、□組には $2 \times \square$ 個の数が含まれる。

7 回目の 1 は、7 組の最後の数なので、最初から数えて

$$2 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 7) = 2 \times \{(1 + 7) \times 7 \div 2\} = 2 \times 28 = 56 \text{ 番目です。}$$

(2) 最初から□組の最後までに並ぶ数の個数は

$$2 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + \square) = 2 \times \{(1 + \square) \times \square \div 2\} = \square \times (\square + 1) \text{ 個。}$$

よって、9 組の最後までは $9 \times 10 = 90$ 個並び、

10 組の最後までは $10 \times 11 = 110$ 個並ぶ。

したがって、最初から 100 番目の数は 10 組の最後から

$$110 - (100 - 1) = 110 - 99 = 11 \text{ 番目の数。}$$

つまり、11 です。

(3) □組の合計は $1 + 2 + 3 + \cdots + 2 \times \square = (1 + 2 \times \square) \times (2 \times \square) \div 2$
 $= \square \times (2 \times \square + 1)$

なので、5 組までの合計は

$$1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 7 + 4 \times 9 + 5 \times 11 + 6 \times 13 \\ = 3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125,$$

6 組までの合計は

$$125 + 6 \times 13 = 125 + 78 = 203。$$

つまり、最初から $2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 2 \times 21 = 42$ 番目までの合計が 203。

よって、41 番目までの合計は $203 - 1 = 202$ 、40 番目までの合計は

$202 - 2 = 200$ なので、最初から順にたしていくとき、初めて 200 をこえるのは 41 番目 です。