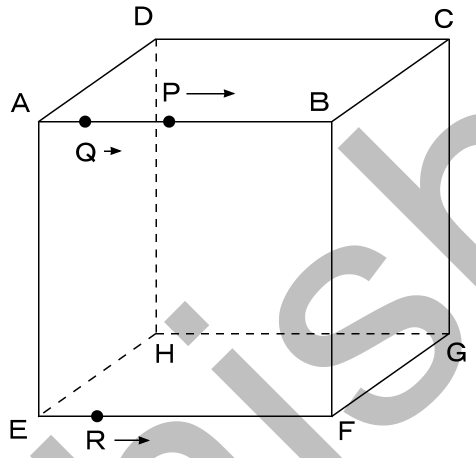
# 2022年度　中央大学附属横浜中学校(問題)

**4**　下の図のような１辺の長さが 12cm の立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨがあります。点Ｐ，Ｑは点Ａを出発してＡ→Ｂ→Ｃ→Ｄ→Ａ→･･･の順に正方形ＡＢＣＤの周上を動き，点Ｒは点Ｅを出発してＥ→Ｆ→Ｇ→Ｈ→Ｅ→･･･の順に正方形ＥＦＧＨの周上を動きます。点Ｐ，Ｑ，Ｒの速さはそれぞれ毎秒 3cm，毎秒 1cm，毎秒 2cm です。
　３点Ｐ，Ｑ，Ｒが同時に出発するとき，次の問いに答えなさい。




(1)　次の(ｱ)，(ｲ)のとき，点Ｐ，Ｑ，Ｒを通る平面で立方体を切ったときの切り口の形はどうなりますか。以下の【選択肢(せんたくし)】①～⑧の中からもっとも適切なものをそれぞれ選び，番号で答えなさい。

(ｱ)　出発してから 12 秒後　　　　(ｲ)出発してから 17 秒後

【選択肢】

| | | | |
|---|---|---|---|
| ①直角三角形 | ②正三角形 | ③正方形 | ④長方形 |
| ⑤台形 | ⑥ひし形 | ⑦五角形 | ⑧六角形 |

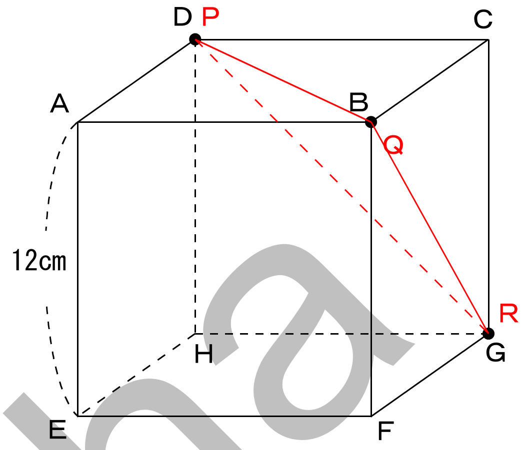
(2)　出発してから 48 秒間で，点Ｐ，Ｑ，Ｒを通る平面で立方体を切ることができ，その切り口が正三角形になるのは，何回ありますか。ただし，ＰとＱが重なるときは考えないものとします。

(3)　出発してから 30 秒後に，点Ｐ，Ｑ，Ｒを通る平面で立方体を切ったときにできる２つの立体のうち，体積が大きい方の立体の体積は何 $cm^3$ですか。

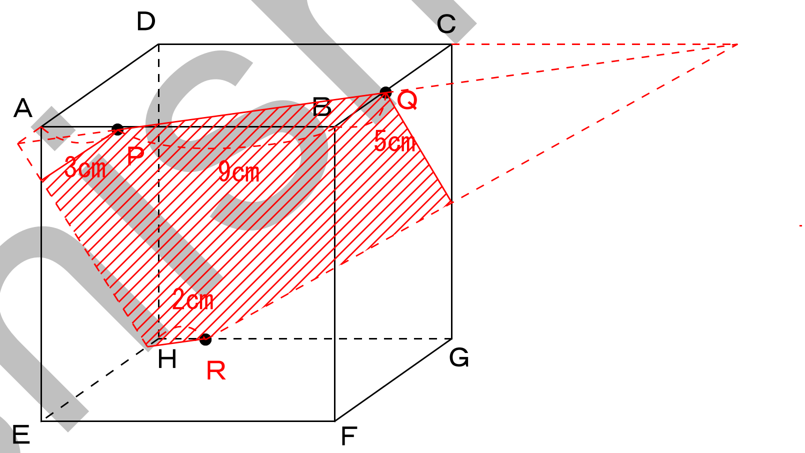
# 2022年度　中央大学附属横浜中学校(解説)

**4**

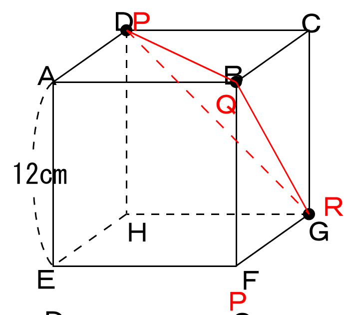
(1) (ｱ)　出発してから 12 秒後,
Ｐは 3 × 12 ＝ 36cm，Ｑは 1 × 12 ＝ 12cm,
Ｒは 2 × 12 ＝ 24cm 進むので，
Ｐ，Ｑ，Ｒの位置は右図のようになる。
よって，切り口は，△ＰＱＲとなり，
ＰＱ，ＱＲ，ＰＲはすべて 1 辺 12cm の
正方形の対角線の長さに等しいので，
正三角形。よって，②　です。



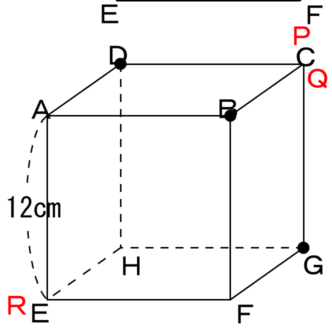

(ｲ)　出発してから 17 秒後,
Ｐは 3 × 17 ＝ 51cm，
Ｑは 1 × 17 ＝ 17cm，
Ｒは 2 × 17 ＝ 34cm
進むので，
Ｐ，Ｑ，Ｒの位置は
右図のようになる。
つまり，切り口は斜線部分の
六角形になる。
よって，⑧　です。

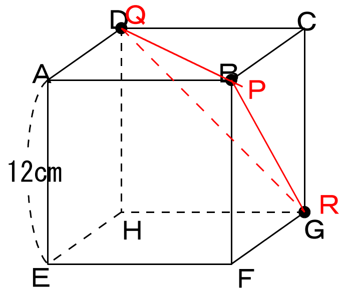



(2)　切り口が正三角形になるとき，切り口は△ＰＱＲで，3 辺の長さはそれぞれ立方体の面の正方形の対角線の長さになる。
このとき，3 点はそれぞれ立方体の頂点にくるので，一番速度が遅い点Ｑに着もすると，出発してから 48 秒後まで，点Ｑが頂点に来るのは
12 ÷ 1 ＝ 12 秒後，12 × 2 ＝ 24 秒後，12 × 3 ＝ 36 秒後，12 × 4 ＝ 48 秒後の 4 回。
これらについて調べると，
12 秒後‥点Ｐは (3 × 12) ÷ 12 ＝ 3 辺を進み，
点Ｒは (2 × 12) ÷ 12 ＝ 2 辺を進む
ので右図のようになる。
よって，切り口は正三角形になるので
適する。




24 秒後‥点Ｐは (3 × 24) ÷ 12 ＝ 6 辺を進み，
点Ｒは (2 × 24) ÷ 12 ＝ 4 辺を進む
ので右図のようになる。
右図から，ＰとＱはともに点Ｃに
くるので，不適当。

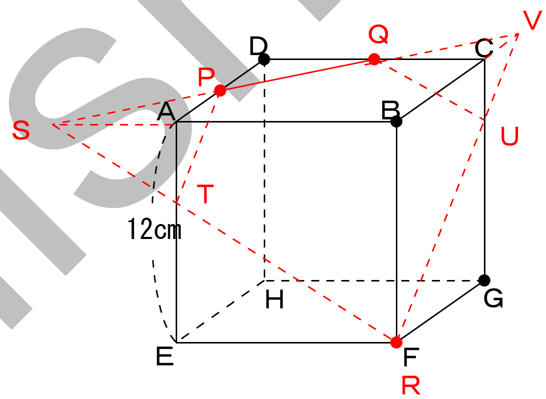





36 秒後‥点 P は $(3 \times 36) \div 12 = 9$ 辺を進み，
点 R は $(2 \times 36) \div 12 = 6$ 辺を進む
ので右図のようになる。
よって，切り口は右図のようになるので
適する。

48 秒後‥点 P は $(3 \times 48) \div 12 = 12$ 辺を進み，
点 R は $(2 \times 48) \div 12 = 8$ 辺を進み，
点 Q は 4 辺を進むので
3 点とも出発時の位置に戻る。つまり，点 P と点 Q はともに点 A にくるので不適当。

以上の結果から，出発してから 48 秒間で切り口が正三角形になるのは
12 秒後と 36 秒後の 2 回　です。




(3)　出発してから 30 秒後，
点 P は $3 \times 30 = 90$cm 進む。
正方形 1 周は $12 \times 4 = 48$cm
なので，$90 = 48 \times 2 - 6$cm より，
点 P は辺 A D の真ん中の点。
点 Q は $1 \times 30 = 30$cm 進む。
$30 = 12 \times 2 + 6$cm より，
点 Q は辺 C D の真ん中の点。
点 R は $2 \times 30 = 60$cm 進む。
$60 = 12 \times 5$ より，5 辺進むので，
点 R は点 F にある。
よって切り口は，右上図の五角形 P T R U Q となる。

右上図で，△ P Q D と P S A は合同なので，A S = D Q $= 12 \times \frac{1}{2} = 6$cm。

また，△ A S T と△ E R T は相似で，相似比は A S : E R = 6 : 12 = 1 : 2

なので，A T : T E = 1 : 2。よって，A T $= 12 \times \frac{1}{1+2} = 12 \times \frac{1}{3} = 4$cm。

また，A P $= 12 \times \frac{1}{2} = 6$cm なので，三角すい S − A T P の体積は

$6 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 24\text{cm}^3$　。同様に，三角すい V − C Q U の体積も $24\text{cm}^3$

となる。

また，B S = B V $= 6 + 12 = 18$cm，B R = 12cm より，三角すい S − B R V の

体積は $18 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 18 \times \frac{1}{3} = 648\text{cm}^3$　。

よって，切り口の手前側の体積は
$648 - 24 \times 2 = 600\text{cm}^3$　。
また，切り口の向こう側のの体積は
$12 \times 12 \times 12 - 600 = 1728 - 600 = 1128\text{cm}^3$　となるので，
体積の大きい方の立体の体積は $1128\text{cm}^3$　です。