

2022年度 山脇学園中学校(問題)

- 4 ある整数から，次の＜操作＞をくり返し行い，＜操作＞でできた数を順にならべて列をつくります。

＜操作＞その整数が偶数ならば2で割り，奇数ならば3倍して1を足す

例えば，11 から＜操作＞をくり返し行くと，

11 は奇数なので，11 を3倍して1を足して，1回目の＜操作＞でできた数は34となります。次に，34 は偶数なので，34 を2で割って，2回目の＜操作＞でできた数は17をなります。

このようにしてできた数を順にならべると

34, 17, 52, 26, ……

という数の列になります。このとき，26 ができるまでに＜操作＞は4回行っています。

次の各問いに答えなさい。

- (1) 13 から＜操作＞をくり返し行います。はじめて1ができるのは＜操作＞何回行ったときですか。
- (2) 10 から＜操作＞をくり返し行います。2022 回目の＜操作＞でできる数はいくつですか。
- (3) 7 回目の＜操作＞を行ったときにはじめて1ができるような数をすべて求め，小さい順に答えなさい。

2022年度 山脇学園中学校(解説)

4

(1) $13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ となるので、
操作を 9回 行ったときです。

(2) $10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \cdots (7)$ となるので、
5 番目の数字から「4, 2, 1」 $\cdots (1)$ の 3 個の数字をくり返す。
2022 回目の数字は、(7) の $2022 \div 3 = 674 \text{ 余 } 1$ 番目の数字なので、
繰り返しの $2022 - 4 = 2018$ 番目の数字。
よって、 $2018 \div 3 = 672 \text{ 余 } 2$ より、(1) の最後の数字。
つまり、1 です。

(3) 「初めて 1 ができる」に注意して、逆をたどると、

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & \leftarrow & 2 & \leftarrow & 4 & \leftarrow & 8 & \leftarrow & 16 & \leftarrow & 32 & \leftarrow & 64 & \leftarrow & 128 \\
 & & & & & & & & & & & & & & \nearrow 21 \\
 & & & & & & & & & & & & & 5 & \leftarrow & 10 & \leftarrow & 20 \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & & \nearrow 3
 \end{array}$$
 $\cdots$ のようになるので、
小さい順に 3, 20, 21, 128 です。