

2022年度 横浜雙葉中学校(問題)

③ ①, ③, ⑤, ⑦, ⑨ の 5 枚のカードから, 何枚かを選び, 並べて整数を作ります。次の問いに答えなさい。

(1) 2 枚を選び, 並べて 2 けたの整数を作った後, カードを元に戻してからもう一度 2 枚を選び, 並べて 2 けたの整数を作ります。

① 作った 2 つの整数の和が次の数になるとき, 作った整数の組み合わせとして考えられるものをすべて答えなさい。ただし, 作った 2 つの整数の順番は考えないものとします。

(ア) 48 (イ) 154

② 和が 100 になるような 2 つの整数の組み合わせはありません。なぜそのような組み合わせがないのか, その理由を「奇数」, 「偶数」, 「くり上がり」という言葉をすべて使って説明しなさい。

(2) 3 枚を選び, 並べて 3 けたの整数を作ります。

① 作ることができる数の中で, 3 の倍数は全部で何個ありますか。

② 作ることができる数をすべて加えると, いくつになりますか。

(3) 5 枚すべてを選び, 並べて 5 けたの整数を作った後, もう一度 5 枚すべてを選び, 並べて 5 けたの整数を作ります。作った 2 つの整数の和を求めたところ, 174506 となりました。作った 2 つの整数を小さい順に答えなさい。

2022年度 横浜雙葉中学校(解説)

3

- (1) ① (ア) 48 の一の位の 8 について・・・和が 8 または 18 になるのは、
 $1 + 7 = 8$, $3 + 5 = 8$, $9 + 9 = 18$ 。
 十の位の 4 について・・・和が 3 または 4 になるのは、
 $1 + 3 = 4$ のみ。
 よって、2 数の十の位は 1, 3 で一の位は 1, 7, 3, 5 のどれか。
 2 数を 1 ○, 3 ● とすると、
 1 つの数に同じ数字は使えないので、
 ○ = 7, 3, 5。
 よって、2 数は・・・(17, 31), (13, 35), (15, 33) となるが (15, 33) は不適当なので、
(17, 31), (13, 35) です。
- (イ) 154 の一の位について・・・和が 4 または 14 になるのは、
 $1 + 3 = 4$, $5 + 9 = 14$, $7 + 7 = 14$ 。
 百の位と十の位について・・・和が 14 または 15 になるのは
 $5 + 9 = 14$, $7 + 7 = 14$ 。
 2 数を 5 □, 9 ■ とすると・・・□ = 1, 3, 7 となるが繰り上がるので
 □ = 7, 9 で、2 数は (57, 97), (59, 95)。
 また、2 数を 7 △, 7 ▲ とすると・・・△ = 1, 3, 5, 9 となるが繰り上がるので △ = 5, 9 で、2 数は (75, 79), (79, 75) となるが、これらは同じ組。
 よって、(75, 79)。
 以上の結果から、(57, 97), (59, 95), (75, 79) です。
- ② 和が 100 になるとすると、2 つの 2 けたの整数の一の位は (1, 9) または (3, 7) となり、足すとともに十の位に 1 くり上がる。よって、2 つの整数の十の位の数の和は $10 - 1 = 9$ (奇数) となる。ところが、5 枚のカードはすべて奇数なので和は偶数になり 9 (奇数) になることはない。よって、和は 100 になる 2 つの整数の組み合わせはない。
- (2) ① 1, 3, 5, 7, 9 を 3 で割ったときの余りで分類すると・・・
 1 余るのは・・・1, 7。・・・(ア)
 2 余るのは・・・5。・・・(イ)
 割り切れるのは・・・3, 9。・・・(ウ)
 3 桁の数が 3 の倍数になるのは、各位の 3 つの数の和が 3 の倍数になるときなので、(ア), (イ), (ウ) から 1 つずつ選んで並べかえた場合。
 よって、3 数の和が 3 の倍数になるのは (1, 5, 3), (1, 5, 9), (7, 5, 3), (7, 5, 9) の 4 組。
 各組を並べかえると、それぞれ $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りずつできるので、
 3 の倍数は全部で $6 \times 4 = 24$ 個 あります。

- ② (1, 5, 3)を並べかえた数の和は,

$$\begin{aligned} &135 + 153 + 315 + 351 + 513 + 531 \\ &= 100 \times (1 + 3 + 5) \times 2 + 10 \times (1 + 3 + 5) \times 2 + 1 \times (1 + 3 + 5) \\ &= (200 + 20 + 2) \times (1 + 3 + 5) = 222 \times (1 + 3 + 5) = 222 \times 9. \end{aligned}$$

同様に, 考えると, ①の4組の数を並べかえてできる数の和は

$$\begin{aligned} &222 \times (1 + 3 + 5) + 222 \times (1 + 5 + 9) + 222 \times (7 + 5 + 3) + 222 \times (7 + 5 + 9) \\ &= 222 \times 9 + 222 \times 15 + 222 \times 15 + 222 \times 21 \\ &= 222 \times (9 + 15 + 15 + 21) = 222 \times 60 = \underline{13320} \text{ です。} \end{aligned}$$

- (5) 右図から, 上の位から, 2数の和が

順に 16, 14, 4, 10, 6

になる場合を考えると,

2つの5けたの整数は (79135, 95371) となる。

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square \\ +) \square\square\square\square\square \\ \hline 1\ 7\ 4\ 5\ 0\ 6 \end{array}$$