

2022年度 頌栄女子学院中学校(問題)

5 赤・青・緑の3つのランプがあり、2021年1月1日は赤・青・緑すべてのランプが点灯していました。以降、以下のように点灯・消灯をくり返します。

赤いランプは 1日点灯すると2日消灯

青いランプは 1日点灯すると6日消灯

緑のランプは 1日点灯すると 日消灯

また、2022年2月1日までの間に、赤・青・緑すべてのランプが点灯していたのは5日間でした。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 赤と青のランプが両方点灯していたのは、2021年の間で何日間か求めなさい。
- (2) に当てはまる1けたの整数を求めなさい。
- (3) 2021年5月13日に点灯しているランプの色を答えなさい。なお、答えの求め方も説明しなさい。
- (4) 2022年2月1日までの間で、赤・青・緑すべてのランプが消灯している日は何日間か求めなさい。

2022年度 頌栄女子学院中学校(解説)

5

- (1) 赤いランプが点灯するのは、 $1 + 2 = 3$ 日周期の1日目、
 青いランプが点灯するのは、 $1 + 6 = 7$ 日周期の1日目 なので、
 赤いランプと青いランプが両方点灯するのは・
 3 と 7 の最小公倍数が $3 \times 7 = 21$ なので、
 21 日周期の1日目。

2021年は1月1日から12月31日まで365日あるので、
 この間に赤いランプと青いランプが両方点灯していたのは、
 $365 \div 21 = 17$ 余り 8 、 $17 + 1 = 18$ より 18日間 です。

- (2) 赤と青のランプが両方点灯するのは、 21 日周期の1日目。
 また、2021年1月1日から2022年2月1日までは、
 $365 + 31 + 1 = 397$ 日あり、赤、青、緑の3つランプがすべて点灯していたのは5日間なので、 21 と緑のランプの周期の最小公倍数は・
 $397 \div 5 = 79$ 余り 2 より、 80 以上、
 $397 \div 4 = 99$ 余り 1 より、 99 以下となる。

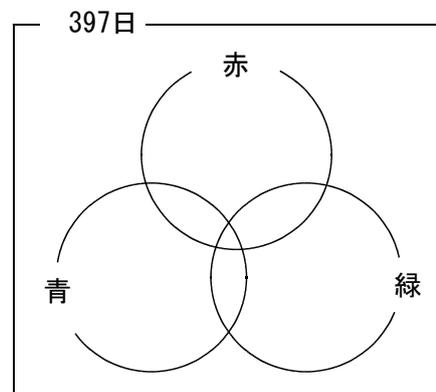
また、緑のランプの周期は $1 + \square$ で、 \square は1けたなので、
 2 以上 10 以下。

21 との最小公倍数が 80 以上 99 以下になる、整数は、 $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ のうち、 4 のみ。

よって、 $1 + \square = 4$ より、 $\square = 4 - 1 = 3$ です。

- (3) 2021年1月1日から、2021年5月13日までは、
 $31 + 28 + 31 + 30 + 13 = 133$ 日あるので、
 赤は・ $133 \div 3 = 44$ 余り 1 より点灯。
 青は・ $133 \div 7 = 19$ より、消灯。
 緑は(2)より、点灯するのは、 4 日周期の1日目なので、
 $133 \div 4 = 33$ 余り 1 より点灯。
 よって、2021年5月13日に点灯しているランプの色は
赤、緑 です。

- (4) 2021年1月1日から2022年2月1日
 までの397日間で、
 赤が点灯するのは
 $397 \div 3 = 132$ 余り 1 より $132 + 1 = 133$ 日。
 青が点灯するのは
 $397 \div 7 = 56$ 余り 5 より $56 + 1 = 57$ 日。
 緑が点灯するのは
 $397 \div 4 = 99$ 余り 1 より $99 + 1 = 100$ 日。
 赤と青が点灯するのは、
 $397 \div 21 = 18$ 余り 19 より、 $18 + 1 = 19$ 日。
 青と緑が点灯するのは、 7 と 4 の最小公倍数が $7 \times 4 = 28$ で、



$397 \div 28 = 14$ 余り 5 より $14 + 1 = 15$ 日。
緑と赤が点灯するのは、4 と 3 の最小公倍数が $4 \times 3 = 12$ で、
 $397 \div 12 = 33$ 余り 1 より $33 + 1 = 34$ 日。
また、赤、青、緑がすべて点灯するのが 5 日なので、
赤または青または緑が点灯していたのは
 $133 + 57 + 100 - (19 + 15 + 34) + 5 = 290 - 68 + 5 = 227$ 日。
よって、すべてのランプが消灯している日は
 $397 - 227 = \underline{170}$ 日間 です。

SosHissha