

2021年度 立教女学院中学校(問題)

- 4 図1のように、点Oを中心とする半径6cmの円と半径4cmの円の周上にそれぞれ点P、Qがあります。この状態から、2点P、Qは矢印の向きに同じ速さで同時に出発し、円周上を動きます。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は3.14として計算しなさい。

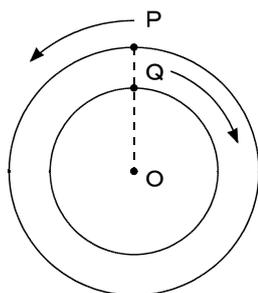
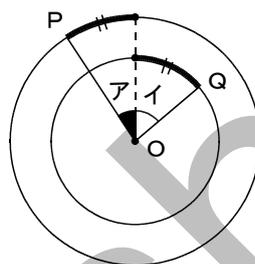


図1



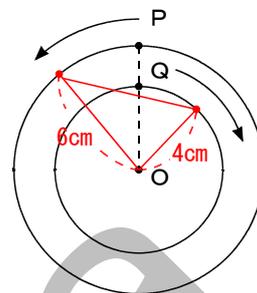
印をつけた部分の
長さは等しい

- (1) 三角形OPQの面積が最も大きくなるとき、その面積は何 cm^2 ですか。
- (2) 図2において、角Aの大きさと角Iの大きさの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (3) 3点O、P、Qがはじめて一直線上に並ぶのは、点Pが点Oを中心とする半径6cmの円周上を何cm進んだときですか。
- (4) 図2のような角Aを”点Pが進んだ角”とよぶことにします。図1の次に、3点O、P、Qが再び「O、Q、P」の順に一直線上に並ぶのは、”点Pが進んだ角”が何度になるときですか。
- (5) 3点O、P、Qが「O、P、Q」の順に一直線上に並ぶ回数をNとします。つまり、(4)の状態を $N = 1$ と数えます。最初の位置(図1)で、再び3点O、P、Qが「O、P、Q」の順に一直線上に並ぶのはNがいくつのときですか。

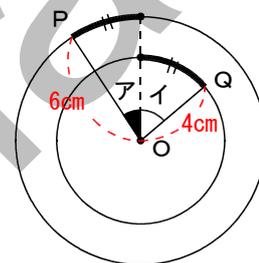
2022年度 立教女学院中学校(解説)

4

- (1) $\triangle OPQ$ の面積が最大になるのは、
角 POQ が90度になるとき。
このとき、面積は
 $6 \times 4 \div 2 = \underline{12\text{cm}^2}$ です。



- (2) 半径6cmの円と半径4cmの円の相似比は
 $6 : 4 = 3 : 2$ なので、円周の長さの比も3 : 2。
よって、右図で印をつけた弧の長さをもとに1とすると、
角アと角イの大きさの比は
 $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \underline{2 : 3}$ です。



- (3) 3点O, P, Qが初めて一直線上に並ぶとき、(2)の角アと角イの和は180度
になる。よって、このとき角アの大きさは $180 \times \frac{2}{2+3} = 180 \times \frac{2}{5} = 72$ 度となるので、
点Pが円周上を $6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{72}{360} = 2.4 \times 3.14 = \underline{7.536\text{cm}}$ 進んだときです。

- (4) 図1の次にO, P, Qが「O, Q, P」の順に一直線上に並ぶのは、OPとOQ
が次に重なるときなので、
点Pが進んだ角が $360 \times \frac{2}{2+3} = 360 \times \frac{2}{5} = \underline{144}$ 度 になるときです。

- (5) (4)より、点Pが進んだ角が144度になるときに、O, P, Qは「O, Q, P」
の順に一直線上に並ぶ。
また、最初の位置にPが来るのは点Pが進んだ角が360度になるとなので、
次に、図1の位置で3点が「O, P, Q」の順に一直線上に並ぶのは、
点Pの進んだ角が $144 = 72 \times 2$ と $360 = 72 \times 5$ の最小公倍数 $72 \times 2 \times 5 = 720$
度になるとき。つまり $N = 720 \div 144 = \underline{5}$ のときです。