

2022年度 吉祥女子中学校(問題)

5 次の問いに答えなさい。

- (1) 図 1 のような、高さが 10cm の直方体 $ABCD-EFGH$ があります。

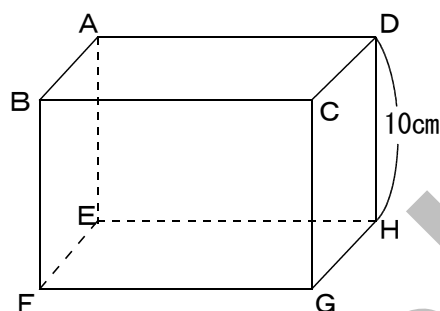


図 1

この直方体を、図 2 のように、頂点 A と頂点 G の両方を通る平面で切断したところ、平面が辺 BF 上の点 P と、辺 DH 上の点 Q で交わり、 $QH = 7\text{cm}$ でした。

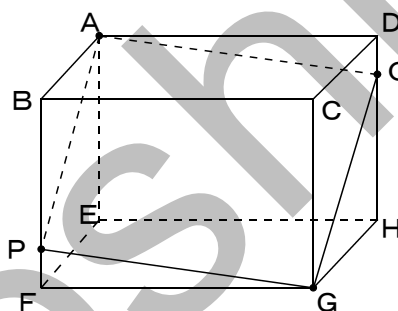


図 2

PF の長さは何 cm ですか。

- (2) 図 3 のような、高さが 10cm の四角柱 $ABCD-EFGH$ があります。四角形 $ABCD$ は、縦 4cm、横 15cm の長方形から図 4 のように 2 つの直角三角形を切り取った台形です。

2cm

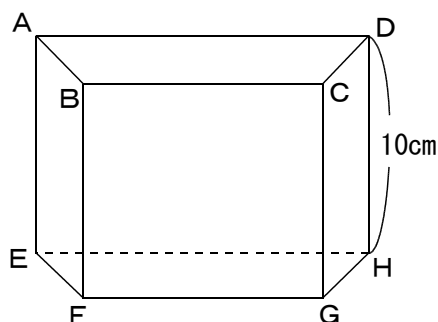


図 3

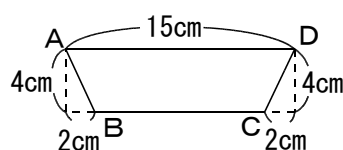


図 4

この四角柱を、図 5 のように、頂点 A と頂点 G の両方を通る平面で切断したところ、平面が辺 BF 上の点 P と、辺 DH 上の点 Q で交わり、 $QH = 5.5\text{cm}$ でした。

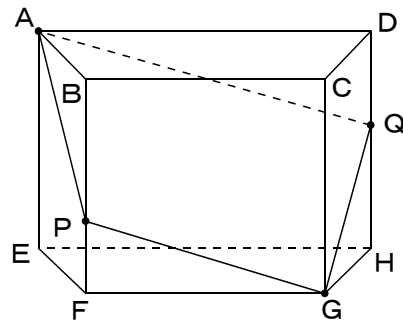


図 5

- ① PG の長さは AQ の長さの何倍ですか。
 - ② PF の長さは何 cm ですか。
- (3) 図 6 のような、高さが 10cm の四角柱 $ABCD-EFGH$ があります。四角形 $ABCD$ は、縦 4cm 、横 $\boxed{\text{ア}}$ cm の長方形から図 7 のように 2 つの直角三角形を切り取った台形です。

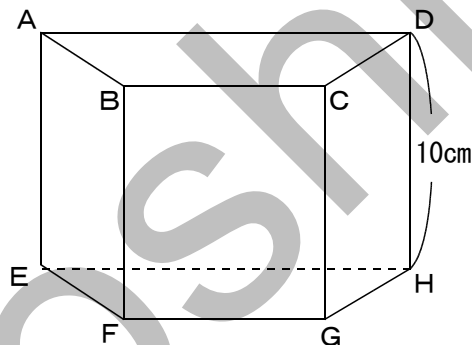


図 6

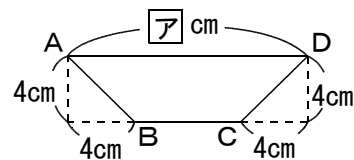


図 7

この四角柱を、図 8 のように、頂点 A と頂点 G の両方を通る平面で切断したところ、平面が辺 BF 上の点 P と、辺 DH 上の点 Q で交わり、 $PF = 2.7\text{cm}$ 、 $QH = 3.7\text{cm}$ でした。

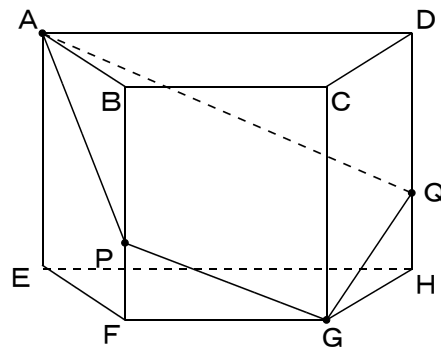


図 6

アにあてはまる数を求めなさい。途中の式や考え方なども書きなさい。

- (4) 図9のような、高さが10cmの四角柱 $ABCD-EFGH$ があります。四角形 $ABCD$ は、縦4cm、横アcmの長方形から図10のように2つの直角三角形を切り取った台形です。

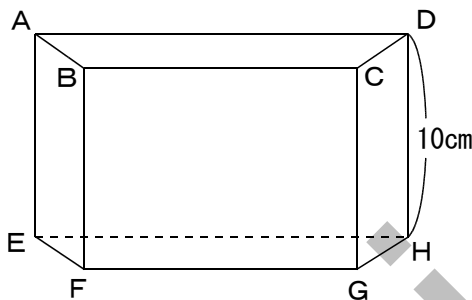


図9

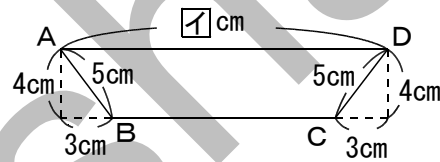


図10

この四角柱を、図11のように、頂点Aを通る平面で切断したところ、平面が辺 BF 、 CG 、 DH とそれぞれ P 、 Q 、 R で交わり、 $QH = 6.4\text{cm}$ で、台形 $AEPF$ と台形 $RCHQ$ の面積の差が 16cm^2 でした。

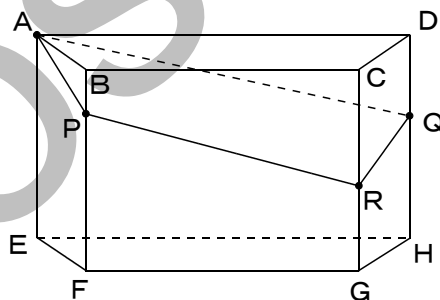


図11

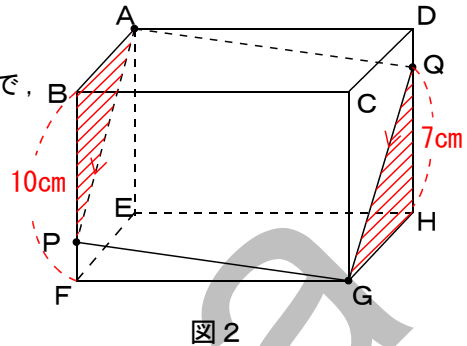
- ① PF の長さと RG の長さの差は何cmですか。

- ② アにあてはまる数を求めなさい。

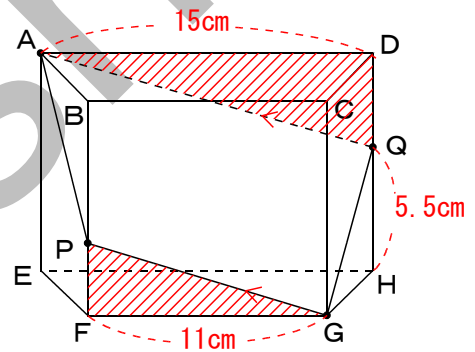
2022年度 吉祥女子中学校(解答)

5

- (1) 右図で面 $ABFE$ と面 $CGHD$ は平行なので、 AP と QG は平行。
 よって、 $\triangle ABP$ と $\triangle GHQ$ において、
 角 $BAP =$ 角 HGQ 。
 また、 $AB = GH$ 、角 $ABP =$ 角 GHQ
 なので、この2つの三角形は合同。
 よって、 $BP = QH = 7\text{cm}$ なので、
 $PF = 10 - 7 = \underline{3\text{cm}}$ です。

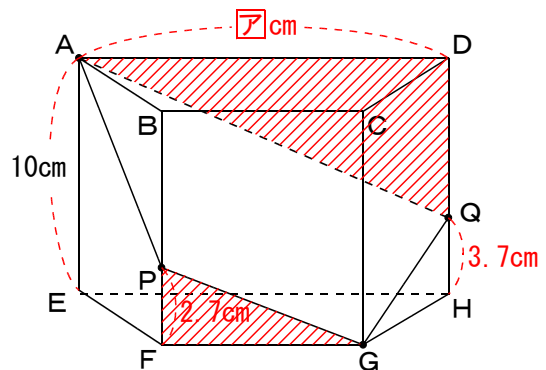


- (2) ① 右図で、面 $A E H D$ と面 $B F G C$ は平行
 なので、 AQ と FG は平行。
 よって、2つの直角三角形である
 $\triangle AQD$ と $\triangle PGF$ は相似で、
 $AD = 15\text{cm}$ 、 $FG = 15 - 2 \times 2 = 11\text{cm}$
 より、相似比は $15 : 11$
 よって、 $AQ : PG = 15 : 11$ なので、
 PG の長さは AQ の長さの $11 \div 15 = \underline{\frac{11}{15}}$ 倍
 です。



- ② $DQ = 10 - 5.5 = 4.5\text{cm}$ なので、
 $PF = 4.5 \times \frac{11}{15} = \underline{3.3\text{cm}}$ です。

- (3) 右図で、 $\triangle AQD$ と $\triangle GPF$ は相似で
 $DQ = 10 - 3.7 = 6.3\text{cm}$ 、
 $PF = 2.7\text{cm}$ より、相似比は
 $6.3 : 2.7 = 7 : 3$ 。
 よって、 $AD : FG = 7 : 3$ なので、
 AD 、 FG の長さをそれぞれ比の ⑦、③
 とすると、



- ⑦ - ③ = ④ が $4 \times 2 = 8\text{cm}$ にあたる。

よって、① = $8 \div 4 = 2\text{cm}$ となるので、 $AD = 2 \times 7 = 14\text{cm}$ 。

つまり、⑦ = 14 です。

(4)

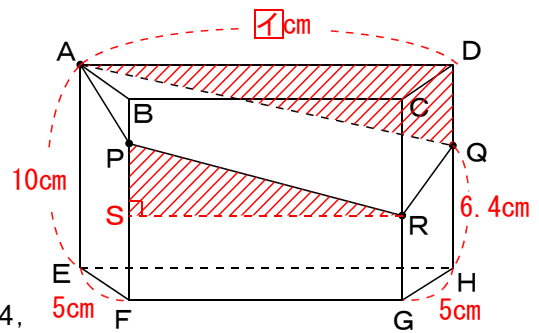
- ① 台形 $A E F P$ と台形 $R G H Q$ の面積の差が 16cm^2 なので、右図から

$$\begin{aligned} & (10 + P F) \times 5 \div 2 \\ & - (6.4 + R G) \times 5 \div 2 \\ & = (10 + P F - 6.4 - R G) \times 2.5 \\ & = (3.6 + P F - R G) \times 2.5 \end{aligned}$$

となり、これが 16cm^2 を表す。

よって、 $3.6 + P F - R G = 16 \div 2.5 = 6.4$,

$P F - R G = 6.4 - 3.6 = \underline{2.8\text{cm}}$ です。



- ② ①の図で、 $\triangle A Q D$ と $\triangle R S P$ は相似で、 $D Q = 10 - 6.4 = 3.6\text{cm}$ 、また①から $P S = 2.8\text{cm}$ なので、相似比は $3.6 : 2.8 = 9 : 7$ 。

よって、 $A D : S R = 9 : 7$ なので、 $A D$ 、 $S R$ の長さをそれぞれ比の ⑨、⑦とすると、 $9 - 7 = 2$ が $3 \times 2 = 6\text{cm}$ を表すので、 $1 = 6 \div 2 = 3\text{cm}$ 。

よって、 $A D = 3 \times 9 = 27\text{cm}$ 。つまり、 $\boxed{1} = \underline{27}$ です。