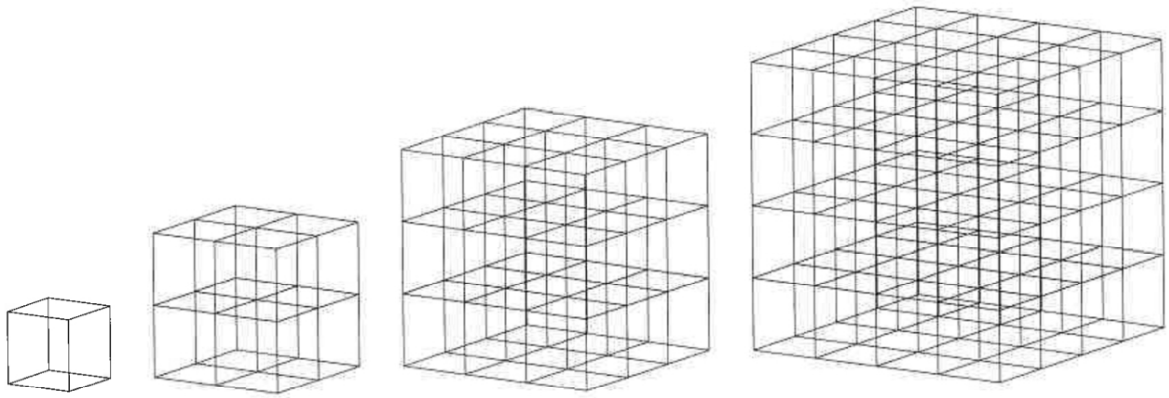
2022年度　恵泉女学園中学校(問題)

5　つまようじを何本か使って立方体を組み立てます。はじめに，下の図の一番左のような立方体をつくったとき，必要なつまようじの本数は 12 本で，これを 1 段目とします。次に，縦，横，奥(おく)に 1 本ずつのばしてつくった立方体を 2 段目，3 段目，･･･とします。



ここで，4 段目の立方体に必要なつまようじの本数を考えます。縦，横，奥にそれぞれに分けて必要な本数を考えたとき，縦に必要なつまようじは，4 × 5 × 5 ＝ 100(本)になります。さらに，横，縦，奥も同じように数えることができるため，4 段目に必要なつまようじの本数は，全部で 4 × 5 × 5 × 3 ＝ 300(本)になります。
次の問いに答えなさい。

(1)　5 段目の立方体に必要なつまようじは何本ですか。

(2)　必要なつまようじの本数が 2700 本になるときの立方体は何段目ですか。

(3)　必要なつまようじの本数が 100 の倍数になるのは，1 段目から 100 段目の中で全部で何通りありますか。

SOSHI

2022年度　恵泉女学園中学校(解説)

5

(1)　4 段目には‥
縦，横，奥に 4 × (4 ＋ 1) × (4 ＋ 1) ＝ 4 × 5 × 5 ＝ 100 本ずつ必要なので，
5 段目には‥
縦，横，奥に　5 × (5 ＋ 1) × (5 ＋ 1) ＝ 5 × 6 × 6 ＝ 180 本ずつ必要なので，
全部で 180 × 3 ＝ 540 本　必要です。

(2)　□段目に必要なつまようじの本数は□ × (□ ＋ 1) × (□ ＋ 1) × 3 なので，
必要な本数が 2700 本のとき，　□ × (□ ＋ 1) × (□ ＋ 1) × 3 ＝ 2700 とすると，
□ × (□ ＋ 1) × (□ ＋ 1) ＝ 2700 ÷ 3 ＝ 900 で，
900 ＝ 9 × 100 ＝ 9 × 10 × 10　より，□ ＝ 9
よって，9 段目　です。

(3)　□ ＝ 1 ～ 100 のとき，□ × (□ ＋ 1) × (□ ＋ 1) × 3　が
100 ＝ 2 × 2 × 5 × 5 の倍数になればいいので，
まず，□ ＝ 100 のとき。
次に，□が 4 の倍数で□ ＋ 1 が 5 の倍数のとき‥
□ ＝ 4，24，44，64，84　‥の 5 通り。
次に，□が 25 の倍数で，□ ＋ 1 が 2 の倍数のとき
□ ＝ 25，75 ‥の 2 通り。
次に，□ ＋ 1 が 10 の倍数のとき‥
□ ＝ 9，19，20，‥‥，99 の 10 通り。
よって，全部で，1 ＋ 5 ＋ 2 ＋ 10 ＝ 18 通り　です。

sosisha