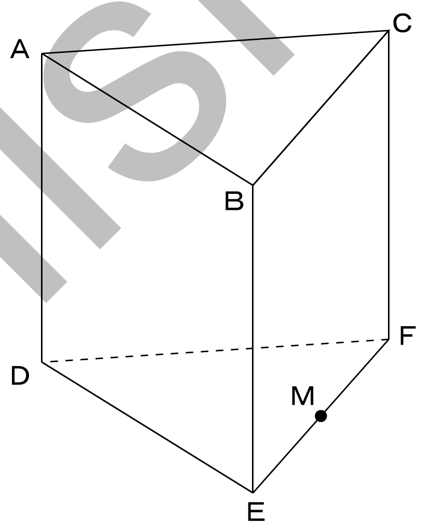
2022年度　フェリス女学院中学校（問題）

5

図のようなすべての辺の長さが 12cm の三角柱があります。直線ＥＦの真ん中の点をＭとします。
円Ｓは，3 点Ｄ，Ｅ，Ｆが含まれる平面にあって，中心がＤ，半径が 12cm の円です。円Ｔは，3 点Ｂ，Ｅ，Ｆは含まれる平面上にあって，中心がＭ，半径が 6cm の円です。点Ｐは，円Ｓの円周上を動く点で，点Ａから見て時計回りに 6 秒で 1 回転するように動きます。
点Ｑは，円Ｔの円周上を動く点で，点Ｄから見て時計回りに動きます。
点Ｐ，Ｑはどちらもはじめ点Ｆの位置にあり，同時に動き始めます。点Ｐと点Ｑの動く速さの比は 10：3 です。
次の問いに答えなさい。(1)，(2)は $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ にあてはまる数を求めなさい。
(3)は求め方も書きなさい。



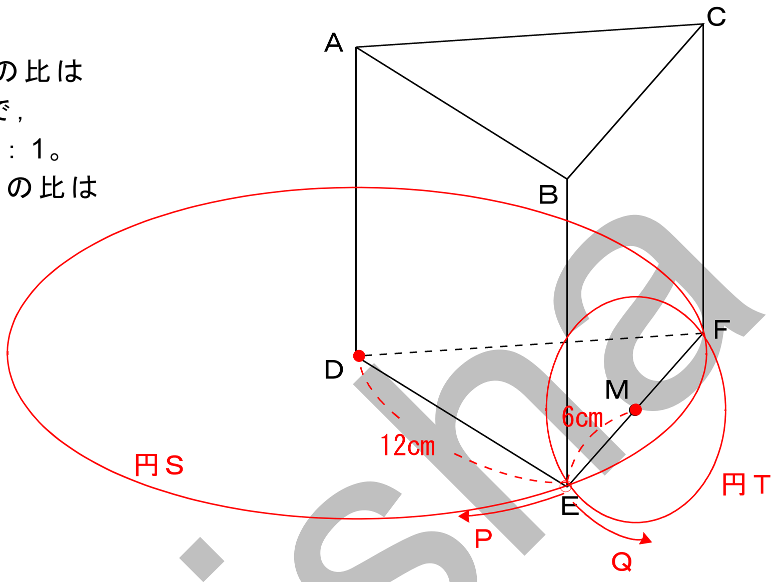
(1)　点Ｑは，円Ｔの円周を 1 周するのに $\boxed{\text{ア}}$ 秒かかります。

(2)　点Ｐ，Ｑが動き始めてからはじめて出会うのは $\boxed{\text{イ}}$ 秒後で，2 回目に出会うのは $\boxed{\text{ウ}}$ 秒後です。99 回目に出会うのは $\boxed{\text{エ}}$ 秒後です。

(3)　点Ｐが動き始めてから 32.5 秒後のとき，円Ｓを直線ＰＥで 2 つの図形に分けます。このうち，小さい方の図形の面積は $\boxed{\text{オ}}$ cm^2 です。
（求め方）

2022年度　フェリス女学院中学校(解説)

5



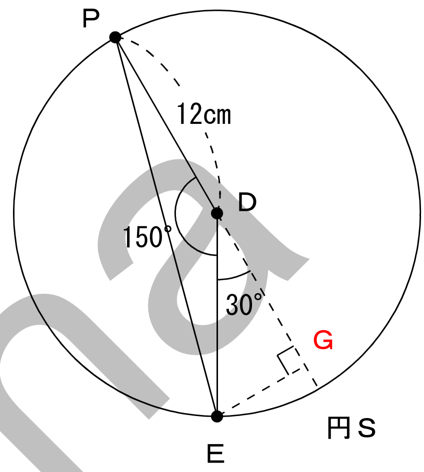
(1)　円Ｓと円Ｔの半径の比は
12 : 6 ＝ 2 : 1 なので，
円周の長さの比も 2 : 1。
また，ＰとＱの速さの比は
10 : 3 なので，
ＰとＱがそれぞれ
円Ｓ，円Ｔを
1 周するのに
かかる時間の
比は
2 ÷ 10 : 1 ÷ 3
$= \frac{2}{10} : \frac{1}{3} = \frac{6}{30} : \frac{10}{30}$
＝ 6 : 10 ＝ 3 : 5。
また，Ｐが円Ｓを 1 周するのにかかる時間が 6 秒なので，
Ｑが円Ｔを 1 周するのにかかる時間は $6 \times \frac{5}{3} =$ 10 秒・・ア　です。

(2)　ＰとＱが出会うのは点Ｅか点Ｆ。
Ｐは，出発してからＥを 6 秒ごとに通る。
また，△ＤＥＦは 1 辺 12cm の正三角形なので，
Ｐが最初にＦを通るのは出発してから $6 \times \frac{360-60}{360} = 6 \times \frac{300}{360} =$ 5 秒後で，
その後，6 秒ごとにＦを通る。
よって，Ｐが出発してから
Ｅを通るのは・・6，12，18，24，30，・・・秒後。
Ｆを通るのは・・5，11，17，23，29，・・・秒後。
また，ＱはＦ，Ｅを出発してから 10 ÷ 2 ＝ 5 秒ごとに通る。
よって，Ｑが出発してから
Ｅを通るのは・・10，20，30，40，50，・・・秒後。
Ｆを通るのは・・5，15，25，35，45，・・・秒後。
したがって，Ｐ，Ｑが動き始めてからはじめて出会うの 5 秒後・・イ　で，
2 回目に出会うのは 30 秒後・・ウ　です。
よって，2 点は点Ｅを出発してから 30 秒ごとに同時に点Ｅを通りその間，
Ｅを通ってから 5 秒後と 30 秒後の 2 回出会う。
したがって，98 回目に出会うのは，点Ｅで，30 × (98 ÷ 2) ＝ 30 × 49 ＝ 1470 秒後なので 99 回目に出会うのは点Ｆでその 5 秒後。
つまり，1470 ＋ 5 ＝ 1475 秒後・・エ　です。

(3)　点Ｐは動き始めて 32.5 秒間で，円Ｓを $32.5 \div 6 = \frac{65}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$ 回転する。

このとき，角ＰＤＥ＝ $360 \times \frac{5}{12} = 150°$ となるので，

点Ｐの位置は右図のようになる。
右図で角ＳＤＧ＝ $180 - 150 = 30°$ となるので，
直角三角形ＤＥＧは正三角形の半分の形。
よって，ＥＧ＝ $12 \div 2 = 6$cm となるので，
直線ＰＥによって，分けられる円Ｓの小さい方の部分の面積は



$12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{150}{360} - 12 \times 6 \times \frac{1}{2}$

$= 188.4 - 36 =$ 152.4cm² です。