

2022年度 田園調布学園中等部(問題)

- 4** 下のように、分数がある規則がある規則にしたがって並んでいます。このとき、次の問いに答えなさい。

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{4}{15}, \frac{5}{15}, \frac{1}{18}, \dots$$

- (1) はじめから数えて 33 番目の分数を答えなさい。

- (2) $\frac{4}{81}$ は、はじめから数えて何番目ですか。

2022年度 田園調布学園中等部(解説)

4

(1)

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{4}{15}, \frac{5}{15}, \frac{1}{18}, \dots$$

1組 2組 3組 4組 5組

のように、組に分けると、各組の分数の個数は順に 1, 2, 3, 4, 5, …個となっているので $1 + 2 + 3 + \dots + 7 = (1 + 7) \times 7 \div 2 = 28$,

$$1 + 2 + 3 + \dots + 8 = 28 + 8 = 36 \text{ より,}$$

初めから 33 番目の分数は 8 組の $33 - 28 = 5$ 番目。

8 組の分数の分母は $3 \times 8 = 24$, 5 番目の分数の分子は 5 なので,

初めから 33 番目の分数は $\frac{5}{24}$ です。

(2) $\frac{4}{81}$ は分母が $81 = 3 \times 27$, 分子が 4 なので, 27 組の 4 番目の分数。

$$\text{よって, 初めから } (1 + 2 + \dots + 27) + 4 = (1 + 27) \times 27 \div 2 + 4$$

$$= 378 + 4 = \underline{382 \text{ 番目}} \text{ です。}$$

(3) ① 大きさが $\frac{1}{3}$ と等しい, 20 回目に現れる分数は $\frac{1 \times 20}{3 \times 20} = \frac{20}{60}$ なので,

$60 \div 3 = 20$ 組の 20 番目。つまり, 20 組の最後なので,

$$\text{初めから } 1 + 2 + \dots + 20 = (1 + 20) \times 20 \div 2 = \underline{210 \text{ 番目}} \text{ です。}$$

② 大きさが $\frac{1}{4}$ と等しい, 数列に現れる分数は分母が 3 の倍数なので,

分母は 4 と 3 の公倍数, つまり 12 の倍数となるので,

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{12}, \frac{6}{24}, \frac{9}{36}, \dots$$

よって, 20 回目に現れる分数は 2 番目からに着目すると,

$$\text{分母は } 12 \times (20 - 1) = 12 \times 19 = 228。$$

$$\text{分子は } 3 \times (20 - 1) = 3 \times 19 = 57 \text{ なので, } \frac{57}{228}。$$

よって, $228 \div 3 = 76$ 組の 57 番目なので, 初めから

$$(1 + 2 + \dots + 75) + 57 = (1 + 75) \times 75 \div 2 + 47$$

$$= 2850 + 57 = \underline{2907 \text{ 番目}} \text{ です。}$$