

2022年度 逗子開成中学校(問題)

- 5 1 から 5 までの数字が一つずつ書かれた 5 枚のカードを一行に並べます。並べた 5 枚のカードの数を左から順に、 A , B , C , D , E とし、となり合ったカードの数字の積、 $A \times B$, $B \times C$, $C \times D$, $D \times E$ の中で、最も大きい数を M とします。太郎君と花子さんは M の値をいろいろ変えたときに、5 枚のカードの並べ方は何通りになるのかを考えています。次の 2 人の会話を読んで、各問いに答えなさい。

太郎：最初に 5 枚のカードの並べ方は全部で何通りあるか考えてみようよ。

花子：カードはすべて異なるから、カードの並べ方は (ア) 通りになるね。

太郎：次に M が 20 になるときの 5 枚のカードの並べ方とを考えてみよう。

花子： M が 20 になるには、4 と 5 のカードがとなり合えばいいから、そうなるカードの並べ方を調べてみると… (イ) 通りになるね。

太郎：じゃあ最後に M が 12 以下になる 5 枚のカードの並べ方は何通りあるか考えてみよう。

花子： M が 12 以下になるときを考えればいいから…まず、 M が一番小さくなるのは、1 と 2 のカードがとなり合ったときだから…

太郎：花子さんちがうよ。1 と 2 のカードがとなり合っても、他のとなり合った数字の積の方が大きくなるから、 M は 2 をとれないよ。3, 4 といった小さい値も M はとれないよ。

花子：じゃあ、 M が 12 以下でとれる値はどんな数が…5, 6, 8 といった数はとれるのかしら。

太郎：花子さん、発想を変えて今までに求めた値を利用して考えてみようよ。

- (1) (ア)に入る数を求めなさい。
- (2) (イ)に入る数を求めなさい。
- (3) M が 12 以下になる 5 枚のカードの並べ方は何通りあるか求めなさい。ただし、答えだけでなく、途中の考え方も書きなさい。

2022年度 逗子開成中学校(解説)

5

- (1) 1 から 5 の 5 枚のカードを並べるので、並べ方は
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \underline{120 \text{ 通り} \cdots \text{ア}}$ あります
- (2) 4 と 5 が隣り合うので、
 4, 5 の順に (4, 5) を 1 組とすると、
 1, 2, 3, (4, 5) の 4 個を並べるのと同じなので
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ 通り}$ 。
 また、5, 4 の順に (5, 4) を 1 組とすると、
 1, 2, 3, (5, 4) の 4 個を並べるのと同じなので、
 上と同様に 24 通り。
 よって、 $M = 20$ となるのは全部で $24 \times 2 = \underline{48 \text{ 通り} \cdots \text{イ}}$ あります。
- (3) M は大きい方から $5 \times 4 = 20$, $5 \times 3 = 15$, $4 \times 3 = 12$, $\cdots$ となるので、
 「 M が 12 以上」にあてはまらないのは $M = 20$ と $M = 15$ 。
 $M = 20$ となるのは (2) から 48 通り。
 また、 $M = 15$ となるのは $\cdots 3, 4$ がとなり合って、5 が 4 の隣にこない場合なので (3, 4) が組になる場合から、(3, 4, 5) が組になる場合を除くと、
 $1, 2, (3, 4), 5$ の並べ方が $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ 通り}$,
 $1, 2, (3, 4, 5)$ の並べ方が $3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ 通り}$
 あるので、 $24 - 6 = 18 \text{ 通り}$ 。
 また、(4, 3) が組に場合から (5, 4, 3) が組になる場合を除いての同様に 18 通りなので、
 全部で $18 \times 2 = 36 \text{ 通り}$ 。
 また、1 ～ 5 のカードの並べ方は (1) より 120 通りあるので、
 M が 12 以下になるのは $120 - (48 + 36) = 120 - 84 = \underline{36 \text{ 通り}}$ です。