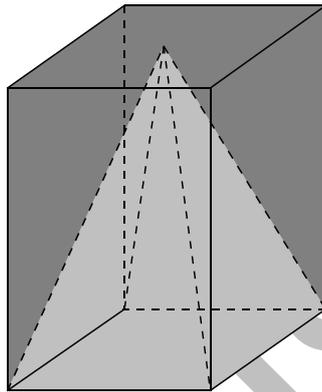


2022年度 東京都市大学付属中学校(問題)

(50分)

- 5 底面が正方形である直方体の容器Aと、容器Aと底面が同じ正方形で高さも等しい四角すいBがあります。あとの問いに答えなさい。

問 1 下の【図1】のように、容器Aの中に四角すいBを置き、水があふれることがないように満水まで入れたとき、入れた水の量は容器Aの体積の何倍ですか。

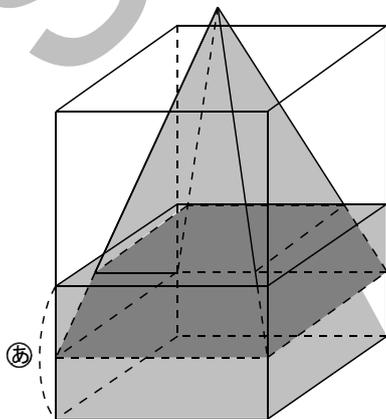


【図1】

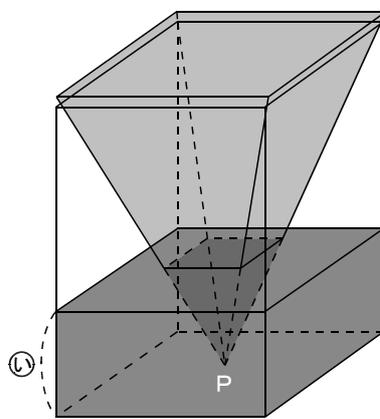
問 2 容器Aの体積の $\frac{1}{3}$ の量の水と四角すいBを用いて、【図2】のように、四角すい

Bをまっすぐに入れて、四角すいBの底面から $\frac{1}{3}$ の高さまでの部分が水につかるような状態にしました。次に、【図3】のように、容器Aに四角すいBを逆さまにしてまっすぐに入れ、頂点Pから四角すいBの高さの $\frac{1}{3}$ までの部分が水につかるような状態にしました。

【図2】の水面の高さを㉞、【図3】の水面の高さを㉟とすると、㉞ : ㉟を、もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

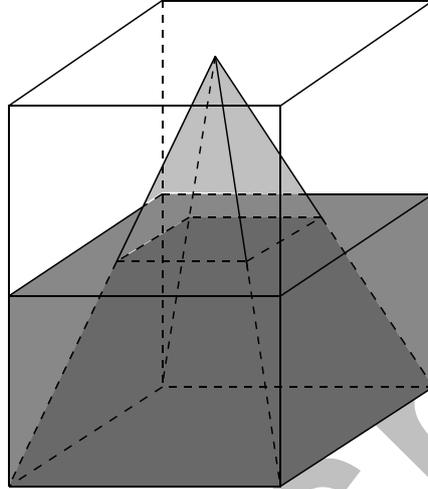


【図2】



【図3】

問 3 【図 4】のように、四角すい B を容器 A の底面までまっすぐに入れたあと、水面が容器 A のちょうど半分の高さになるまで水を入れました。このとき、入っている水の体積は、容器 A 全体の体積の何倍ですか。



【図 4】

2022年度 東京都市大学付属中学校(解説)

5

問 1 容器 A の底面積を 1, 高さを 1 とすると,

容器 A の体積は $1 \times 1 = 1$, 四角すい B の体積は $1 \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ なので,

入れた水の体積は $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。

よって, 入れた水の体積は容器 A の体積の $\frac{2}{3}$ 倍 です。

問 2 図 2 で, 四角すい B と四角すい B の水面上の部分は相似で, 相似比は高さの比から $1 : \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 1 : \frac{2}{3} = 3 : 2$ 。

よって, 体積比は $3 \times 3 \times 3 : 2 \times 2 \times 2 = 27 : 8$ となるので,

四角すい B の体積と四角すい B の水面下の部分の体積比は
 $27 : (27 - 8) = 27 : 19$ 。

よって, 問 1 と同様に, 容器 A の体積を 1, 四角すい B の体積を $\frac{1}{3}$ とすると,

四角すいの水面下の部分の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{19}{27} = \frac{19}{81}$ 。

また, 容器 A 内の水量は $1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ なので, 図 2 の水面下の体積は

$$\frac{19}{81} + \frac{1}{3} = \frac{46}{81} \dots (7)。$$

また, 図 3 で, 四角すい B と四角すい B の水面下の部分は相似で, 相似比は高さの比から $1 : \frac{1}{3} = 3 : 1$ 。よって, 体積比は $3 \times 3 \times 3 : 1 \times 1 \times 1 = 27 : 1$ となる

ので, 四角すい B の水面下の部分の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{27} = \frac{1}{81}$ 。

よって, 図 3 の水面下の体積は $\frac{1}{81} + \frac{1}{3} = \frac{28}{81} \dots (1)$ 。

㊦ と ㊩ の比は (7) と (1) の比に等しいので

$$\frac{46}{81} : \frac{28}{81} = 46 : 28 = \underline{23 : 14} \text{ です。}$$

問 3 問 1 と同様に容器 A の体積を 1, 四角すい B の体積を $\frac{1}{3}$ とすると,

水面下の体積は $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \dots (ウ)$ 。

また, 四角すい B と四角すい B の水面上の部分は相似で, 相似比は高さの比から

1 : $\frac{1}{2} = 2 : 1$ なので、体積比は $2 \times 2 \times 2 : 1 \times 1 \times 1 = 8 : 1$ 。

よって、四角すいBと四角すいBの水面下の体積の比は

$8 : (8 - 1) = 8 : 7$ となるので、

四角すいBの水面下の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{24}$ 。

(ウ)、(エ)から、容器A内の水の体積は $\frac{1}{2} - \frac{7}{24} = \frac{5}{24}$ となるので、

容器Aの体積の $\frac{5}{24}$ 倍 です。