

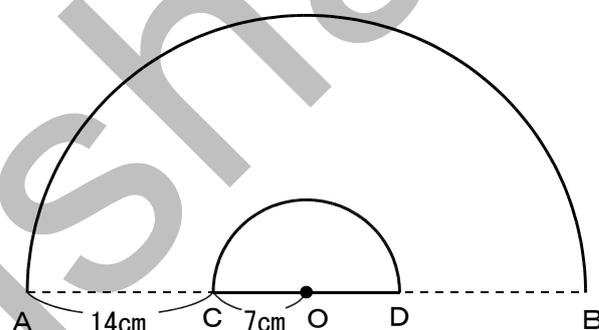
2022年度 武蔵中学校(問題)

- 4 図のような，点Oが中心の大小2つの半円があります。点Pは点Aを出発して大きい半円の円周上を毎秒3cmの速さで点Bまで進み，Bで2秒間停止した後，再び同じ速さでAまで進み，Aで2秒間停止します。Pはこの動きをくり返します。また，点Qは点Cを出発して小さい半円の円周上を点Dまで進み，Dからは直径DC上を進んでCまで戻る動きをくり返します。Qは停止することなく毎秒2cmの速さで動きます。P，Qが同時にA，Cを出発したとき，次の各問に答えなさい。ただし，この問題では円周率は $3\frac{1}{7}$ とします。(式や考え方も書きなさい)

(1) 点Qが点Cに初めて戻ってくるのは出発して何秒後ですか。

(2) 角POQの大きさが初めて 45° になるのは出発して何秒後ですか。

(3) 点Qが直径CD上になく，3点O，P，Qが一直線上に並ぶことがあります。初めてそうなるのは出発して何秒後ですか。また，3回目にそうなるのは出発して何秒後ですか。



2022年度 武蔵中学校(解説)

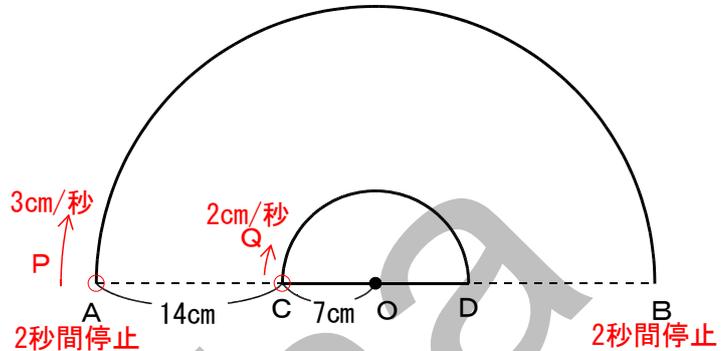
4

(1) Qが動くコース1周の長さは

$$7 \times 2 \times 3\frac{1}{7} \times \frac{1}{2} + 7 \times 2$$

= 22 + 14 = 36cm なので、
点Qが初めて点Cに戻ってくるのは

$$36 \div 2 = \underline{18 \text{ 秒後}} \text{ です。}$$



(2) 半径 $14 + 7 = 21\text{cm}$ の円周の長さは $21 \times 2 \times 3\frac{1}{7} = 132\text{cm}$ なので、

$$P \text{ が中心 } O \text{ の周りをまわる速さは } 360 \times \frac{3}{132} = \frac{90}{11} \text{ } ^\circ / \text{秒。}$$

半径 7cm の円周の長さは $7 \times 2 \times 3\frac{1}{7} = 44\text{cm}$ なので、

$$Q \text{ が中心 } O \text{ の周りをまわる速さは } 360 \times \frac{2}{44} = \frac{180}{11} \text{ } ^\circ / \text{秒。}$$

よって、Oの周りを回転する速さはQの速さはPの速さの2倍なので、
QがDに初めて着くときQは 180° 、Pは $180 \div 2 = 90^\circ$ 回転するので、

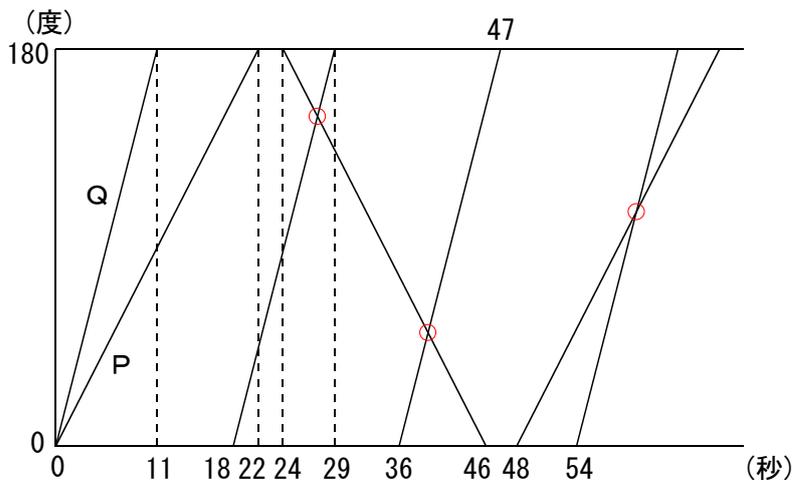
このとき、角 $\text{POQ} = 180 - 90 = 90^\circ$ となり、 45° を超えている。
よって、角 POQ が 45° になるのは、QがDに着く前で、出発してから

$$45 \div \left(\frac{180}{11} - \frac{90}{11} \right) = 45 \div \frac{90}{11} = 45 \times \frac{11}{90} = \frac{11}{2} = \underline{5.5 \text{ 秒後}} \text{ です。}$$

(3) OPとOQがOAの
方向と作る角度の時間
変化は右図のようになる。
O、P、Qが一直線上に
ならぶのは、グラフから
1回目は出発してから
24秒後～29秒後の間。
24秒後にOPとOQの
作る角は

$$180 - \frac{180}{11} \times (24 - 18)$$

$$= 180 - \frac{1080}{11} = \frac{900}{11} \text{ 度なので、}$$



$$24 + \frac{900}{11} \div \left(\frac{90}{11} + \frac{180}{11} \right) = 24 + \frac{900}{11} \times \frac{11}{270} = 24 + \frac{10}{3} = \underline{27\frac{1}{3}} \text{秒後 です。}$$

また、3回目は、54秒後のOPとOQの作る角が

$$\frac{90}{11} \times (54 - 48) = \frac{90}{11} \times 6 = \frac{540}{11} \text{度なので、}$$

$$54 + \frac{540}{11} \div \left(\frac{180}{11} - \frac{90}{11} \right) = 54 + \frac{540}{11} \div \frac{90}{11} = 54 + \frac{540}{11} \times \frac{11}{90} = 54 + 6 = \underline{60} \text{秒後です。}$$

SOSHISHA