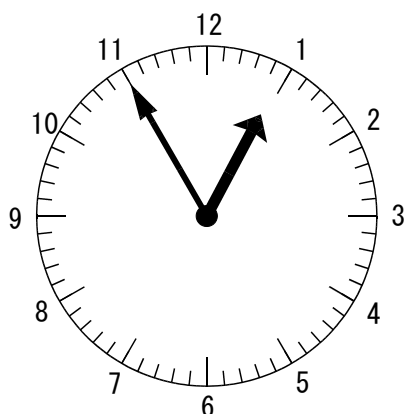


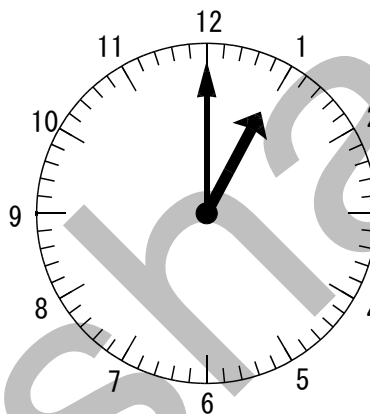
2022年度 開成中学校(問題)

- 4 あけなり 開成君の時計はつねに正しい時刻よりも 5 分遅れた時刻を指します。この時計について、次の問いに答えなさい。

開成君の時計

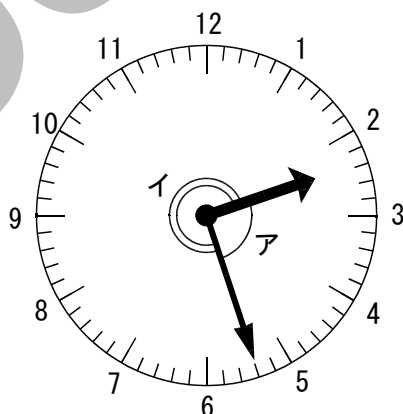


正しい時刻を指す時計



- (1) 開成君の時計の長針と正しい時刻を指す時計の短針が同じ位置にくる場合を考えます。正しい時刻で 1 時を過ぎたあと、初めてそのようになるのは何時何分ですか。正しい時刻で答えなさい。

正しい時刻を指す時計の短針と長針の間にできる角の大きさを a ，開成君の時計の短針と長針の間にできる角の大きさを b という文字で表すことにします。ただし，短針と長針の間にできる角というのは，たとえば次のような例でいうと，短針と長針によってできる角 ア ， イ のうち，角の大きさが 180° 以下である角 ア の方を指すものとします。



- (2) 正しい時刻で 1 時を過ぎたあと (1) の時刻までの間で， a と b が等しくなるのは何時何分ですか。正しい時刻で答えなさい。
- (3) 正しい時刻で 1 時を過ぎたあと (1) の時刻までの間で， a が b の 2 倍になる時刻を A とし，(1) の時刻を過ぎてから初めて a が b の 2 倍になる時刻を B とします。時刻 A から時刻 B までの時間は何分何秒ですか。

2022年度 開成中学校(解答)

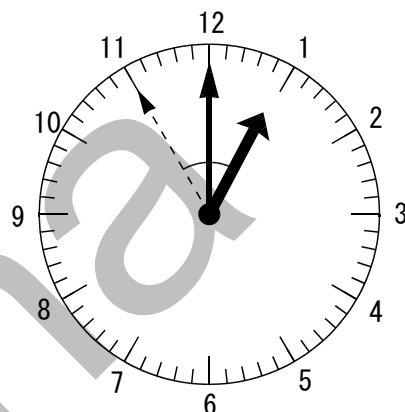
4

- (1) 正しい時計が 1 時ちょうどするとき、開成君の時計は 12 時 55 分なので、開成君の時計の長針と正しい時計の短針の間の角は $30 \times 2 = 60$ 度。
よって、開成君の時計の長針が正しい時計の短針と初めて同じ位置にくるのは 1 時の

$$60 \div (6 - 0.5) = 60 \div 5.5 = 60 \times \frac{2}{11} = \frac{120}{11} = 10\frac{10}{11} \text{ 分後。}$$

つまり、1 時 $10\frac{10}{11}$ 分 です。

正しい時刻を指す時計



- (2) 正しい時刻の 1 時から (1) の時刻までで、正しい時計の長針が短針を追いかした角度と、開成君の時計の長針が短針に追いつくまでの角度が等しくなる時刻を求める。
その時刻が 1 時の□分後だとすると、正しい時計では 1 時のとき両針の作る角が 30 度なので

$$a = (6 - 0.5) \times \square - 30 = 5.5 \times \square - 30 \text{ (度)}。$$

また、正しい時計が 1 時のとき、開成君の時計は 12 時 55 分なので、
両針のつくる角は $(6 - 0.5) \times 55 = 5.5 \times 55 = 302.5$ 、 $360 - 302.5 = 57.5$ 度。

$$b = 57.5 - (6 - 0.5) \times \square = 57.5 - 5.5 \times \square \text{ 度 となるので、}$$

$a = b$ から、

$$5.5 \times \square - 30 = 57.5 - 5.5 \times \square。これより、$$

$$5.5 \times \square = 57.5 - 5.5 \times \square + 30$$

$$= 87.5 - 5.5 \times \square，$$

$$5.5 \times \square + 5.5 \times \square = 87.5，(5.5 + 5.5) \times \square = 87.5，11 \times \square = 87.5 \text{ となるので、}$$

$$\square = 87.5 \div 11 = \frac{175}{2} \times \frac{1}{11} = \frac{175}{22} = 7\frac{21}{22} \text{ 分。}$$

よって、求める時刻は 1 時 $7\frac{21}{22}$ 分 です。

- (3) 時刻 A を 1 時□分とすると、

$a : b = 2 : 1$ と (2) から、

$$(5.5 \times \square - 30) : (57.5 - 5.5 \times \square) = 2 : 1。$$

「内項の積＝外項の積」から、

$$(57.5 - 5.5 \times \square) \times 2 = (5.5 \times \square - 30) \times 1 \text{ より、}$$

$$115 - 11 \times \square = 5.5 \times \square - 30，$$

$$115 + 30 - 11 \times \square = 5.5 \times \square，145 - 11 \times \square = 5.5 \times \square。$$

$$5.5 \times \square + 11 \times \square = 145 \text{ より、}(11 + 5.5) \times \square = 145，$$

$$16.5 \times \square = 145 \text{ より、}\square = 145 \div 16.5 = 145 \times \frac{2}{33} = \frac{290}{33} = 8\frac{26}{33} \text{ 分。}$$

また、時刻 B を 1 時 $\bigcirc$ 分とすると、

$$a = 5.5 \times \bigcirc - 30 (\text{度}), \quad b = 5.5 \times \bigcirc - 57.5 (\text{度}) \quad \text{で、}$$

$$(5.5 \times \bigcirc - 30) : (5.5 \times \bigcirc - 57.5) = 2 : 1 \text{ より、}$$

$$2 \times (5.5 \times \bigcirc - 57.5) = 1 \times (5.5 \times \bigcirc - 30),$$

$$11 \times \bigcirc - 115 = 5.5 \times \bigcirc - 30,$$

$$11 \times \bigcirc = 5.5 \times \bigcirc - 30 + 115$$

$$= 5.5 \times \bigcirc + 85,$$

$$11 \times \bigcirc - 5.5 \times \bigcirc = 85, \quad (11 - 5.5) \times \bigcirc = 85 \text{ より、} 5.5 \times \bigcirc = 85。$$

$$\text{よって、} \bigcirc = 85 \div 5.5 = 85 \times \frac{2}{11} = \frac{170}{11} = 15\frac{5}{11} \text{ 分となるので、}$$

時刻 A から時刻 B までの時間は

$$\bigcirc - \square = 15\frac{5}{11} - 8\frac{26}{33} = 15\frac{15}{33} - 8\frac{26}{33} = 6\frac{22}{33} = 6\frac{2}{3} \text{ 分。}$$

つまり、6 分 40 秒 です。