

## 2022年度 暁星中学校(問題)

5 1以上の整数  $x$  に対して、 $x$  の約数の個数を記号  $[x]$  で表すことにします。

(1) 次の値を求めなさい。

①  $[80]$       ②  $[81]$

(2) 1以上2022以下の整数  $y$  に対して、 $[y]=3$ となる  $y$  の個数を求めなさい。

(3) 1以上2022以下の整数  $z$  に対して、 $[z]=9$ となる  $z$  の値を求めなさい。

## 2022年度 暁星中学校(解説)

**5**

- (1) ① 80を素因数分解すると $80=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$ となり、  
2を4個、5を1個の積になるので、約数の個数は  
 $(4+1) \times (1+1) = 5 \times 2 = 10$ 個。  
よって、 $[80] = \underline{10}$  です。
- ② 81を素因数分解すると $81=3 \times 3 \times 3 \times 3$ となり、3が4個の積になるので、  
約数の個数は $4+1=5$ 個。  
よって、 $[81] = \underline{5}$  です。
- (2)  $[y]=3$ より、 $y$ の約数の個数は3個なので、 $y$ は1種類の素数2個の積である数。  
よって、 $y = a \times a$  ( $a$ は素数)とすると、  
 $44 \times 44 = 1936$ ,  $45 \times 45 = 2025$  より、 $a$ は44以下なので、  
 $a$ は、2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43の14種類。  
よって、 $y$ は14個 です。
- (3)  $[z]=9$ において、 $9=8+1$ ,  $9=3 \times 3 = (2+1) \times (2+1)$ より、  
 $z$ は1種類の素数8個の積または、2種類の素数2個ずつの積。  
 $z$ が素数8個の積のとき $\cdots$ 2を4個かけると $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ なので、  
2を8個かけると $16 \times 16 = 256$ ,  
3を4個かけると $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ なので、  
3を8個かけると $81 \times 81 = 6561 > 2022$ 。  
よって、 $z$ は256のみ。 $\cdots$ (7)
- $z$ が2種類の素数2個ずつの積のとき $\cdots$   
 $2 \times 2 = 4$ ,  $3 \times 3 = 9$ ,  $5 \times 5 = 25$ ,  $7 \times 7 = 49$ ,  $11 \times 11 = 121$ ,  $13 \times 13 = 169$ ,  
 $17 \times 17 = 289$ ,  $\cdots$ より、  
2022以下の最大の数は $9 \times 169 = 1521 \cdots$ (i) です。  
(7), (i)から、2022以下の最大の整数 $z$ は1521 です。