

2022年度 獨協中学校(問題)

- 5 太郎君と先生が「3 進法」について話しています。2 人の会話文について、あとの問いに答えなさい。

先生：「今年は 2022 年。0 と 2 だけで表されているね。」

太郎：「はい。でも、それがどうかしましたか？」

先生：「もし、この世界に数字が 0 と 1 と 2 の三種類だけだったらどうする？」

太郎：「え…、困ります。だって、2 より大きい数が表せないじゃないですか。」

先生：「そうだよ。でも、今だって 0 から 9 までの十種類の数字しかないよね。」

太郎：「9 の次は、10 と表す問題ないです。」

先生：「うん。10 という数字は 10 の位に 1、1 の位に 0 を書いて表されるね。0 から 9 の十種類の数字を使う数の表し方を『10 進法』と言うよ。

1 の位、10 の位、100 の位、…と位の数は 10 倍ずつ増えているね。」

太郎：「じゃあ、0 と 1 と 2 の三種類で数を表すのは『3 進法』ということ？」

先生：「そう。1 の位、3 の位、9 の位、あの位、いの位、…と位の数は 3 倍ずつ増えていくよ。」

太郎：「じゃあ、10 進法の 3 を 3 進法で表したければ、3 の位に 1、1 の位に 0 で、『10』と表せるんですね。」

先生：「うん。他にも 10 進法の 11 であれば、11 から 9 を 1 個取って、9 の位は 1。 $11 - 9 \times 1 = 2$ で、2 から 3 は取れないから、3 の位は 0。 $2 - 3 \times 0 = 2$ で、2 から 1 を 2 個とって、①の位は 2。

よって、10 進法の 11 は、3 進法だと『102』と表されるよ。」

太郎：「なるほど、これで数を 10 進法から 3 進法に変えられる① んだ。」

先生：「今度は逆に、3 進法を 10 進法で表してみよう。3 進法の『21』は、10 進法だといくつになるのかな？」

太郎：「3 の位が 2、1 の位が 1 だから $3 \times 2 + 1 \times 1 = 7$ 。10 進法だと 7 だ！」

先生：「数を 3 進法から 10 進法に変える② こともできたね。また、3 進法以外にも、例えばコンピューター他の世界では 0 から 9 の数字と A、B、C、D、E、F の合計 16 文字を使った 16 進法が使われているよ。」

太郎：「そっか。『10』を表す数字は無いから、代わりに A を使うんだ。」

先生：「うん。16 進法で考えると、26 は $16 \times 1 + 10$ だから 1 A となるよ。

小説『不思議の国のアリス』③の中にも、この考え方が出てくるから読んでみてね。」

- (1) あといにあてはまる整数はそれぞれいくつですか。
- (2) 下線部①について、10 進法で表された次の数を 3 進法で表しなさい。
- (3) 下線部②について、3 進法で表された次の数を 10 進法で表しなさい。

- (4) 下線部③の小説に次のようなアリスのセリフがあります。
 「4 かける 5 は 12, 4 かける 6 は 13, 4 かける 7 は — あれえ, これじゃ
 いくらやっても 20 にならないじゃない。」
 (ルイス・キャロル, 矢川 澄子 訳『不思議の国のアリス』新潮社より)

この文章を整理した次の表について, 以下の問いに答えなさい。

式	10 進法の答え	アリスのセリフの解説
4×5	20	18 進法で考えると, 20 は $18 \times 1 + 2$ だから『12』となる。
4×6	24	21 進法で考えると, 24 は $21 \times 1 + 3$ だから『13』となる。
4×7	28	24 進法で考えると, 28 は う だから『14』となる。

- (ア) 表中の空欄 う にあてはまる式を答えなさい。
- (イ) $4 \times 8, 4 \times 9, \dots$ と続けていったとき, 4×12 が『19』となるところまでは規則的に答えが出るものの, 4×13 は『20』となりません。この理由を説明しなさい。

2022年度 獨協中学校(解説)

5

- (1) 3進法の各位の数は一番下が1の位で、あとは3の位、9の位、…と3倍になっていくので、9の位の上は $9 \times 3 = 27 \cdots \text{あ}$ の位、その上は $27 \times 3 = 81 \cdots \text{い}$ の位となります。
- (2) (ア) 10進法の16は、 $16 \div 9 = 1$ 余り7、 $7 \div 3 = 2$ 余り1、 $1 \div 1 = 1$ より、 $16 = 9 \times 1 + 3 \times 2 + 1 \times 1$ と表せるので、3進法では9の位が1、3の位が2、1の位が1。よって 121 です。
- (イ) 10進法の100は、 $100 \div 81 = 1$ 余り19、 $19 \div 9 = 2$ 余り1、 $1 \div 1 = 1$ より、 $100 = 81 \times 1 + 27 \times 0 + 9 \times 2 + 3 \times 0 + 1 \times 1$ と表せるので、3進法では 10201 です。
- (3) (ア) 3進法の12は $3 \times 1 + 1 \times 2$ となるので、10進法ではこれを10進法で計算して、 $3 + 2 = 5$ となります。
- (イ) 3進法の2022は $27 \times 2 + 9 \times 0 + 3 \times 2 + 1 \times 2$ となるので、10進法ではこれを10進法で計算して、 $54 + 0 + 6 + 2 = 62$ となります。
- (4) $4 \times 7 = 28$ を24進法で考えると、 $28 = 24 \times 1 + 4 \cdots (\text{う})$ だから、『14』となる。
- (5) アリスは 4×5 は18進法、 4×6 は21進法、 4×7 は24進法、…で考えていて、 4×13 はこの $13 - 5 + 1 = 9$ 番目なので、 $18 + 3 \times (9 - 1) = 18 + 24 = 42$ 進法で考えることになる。 $4 \times 13 = 52$ を36進法で考えると、 $52 = 36 \times 1 + 16$ より、20ではなく1A (A = 10) となってしまうから。