

## 2022年度 麻布中学校(問題)

6 1 から 250 までの整数が書かれたカードが 1 枚ずつあり、これらは上から 1 のカード、2 のカード、 $\dots$ 、250 のカードの順で積まれています。A さん、B さん、C さん、D さんの 4 人が  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$  の順番で次の操作をします。

- 積まれているカードの中で 1 番上のものを引き、自分の手札にする。
- 自分の手札に書かれている数をすべて合計する。
- その合計が 10 の倍数になったときだけ自分の手札をすべて捨てる。

この作業を、積まれているカードがなくなるまで繰り返します。以下の問いに答えなさい。

- (1) B さんが引いたカードに書かれた数を、小さい方から順に 7 個書きなさい。また、B さんが最初に手札を捨てることになるのは、何の数のカードを引いたときか答えなさい。
- (2) A さんが最初に手札を捨てることになるのは、何の数のカードを引いたときか答えなさい。
- (3) ある人が作業した直後、手札がある人は 1 人もいませんでした。初めてこのようになるのは、誰が何のカードを引いたときか答えなさい。
- (4) ある人が作業をした直後、4 人全員がそれぞれ 1 枚以上の手札を持っていました。このようになるのは、250 回の作業のうち何回あるか答えなさい。

## 2022年度 麻布中学校(解説)

6

(1) Bさんが引いたカードの数は、最初が2で、公差が4の等差数列になるので、7個の数は、2, 6, 10, 14, 18, 22, 26 です。

また、 $2 + 6 = 8$ ,  $2 + 6 + 10 = 18$ ,  $2 + 6 + 10 + 14 = 32$ ,

$2 + 6 + 10 + 14 + 18 = 40$  となり、40は10の倍数なので、

最初に手札を捨てることになるのは 18 のカードを引いたときです。

(2) Aさんが引いたカードの数は、最初が1で公差が4の等差数列になるので、

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, …となるが、和が10の倍数になるのを調べるので、引いたカードの数の1の位だけ足していくと、最初に10の倍数になるのは  $1 + 5 + 9 + 3 + 7 + 1 + 5 + 9 = 40$ 。

よって、29 のカードを引いたときです。

(3) A, B, C, Dが引くカードの数字の1の位は…

	A	B	C	D
1回目	1	2	3	4
2回目	5	6	⑦	8
3回目	9	0	1	2
4回目	3	4	5	⑥
5回目	7	⑧	9	0
6回目	1	2	3	4
7回目	5	6	7	8
8回目	⑨	0	1	2
9回目	3	4	5	⑥
10回目	⑦	⑧	⑨	⑩
11回目	1	2	3	4

…のようになる。

A, B, C, Dのカードの数字の和が10の倍数になるのは、○印のカードを引いたときなので、

初めて全員の手札がなくなるのは、Cが10回目に  $4 \times 10 - 1 = 39$  のカードを引いたときです。

- (4) 4人がそれぞれ1回目から10回目までにを引く回数は $4 \times 10 = 40$ 回で、そのうち少なくとも1人が手札を持っていないのは下図の×印で、全員が持っているのはそれ以外の16回。

	A	B	C	D
1回目	<del>1</del>	<del>2</del>	<del>3</del>	4
2回目	5	6	<del>7</del>	<del>8</del>
3回目	<del>9</del>	<del>0</del>	1	2
4回目	3	4	5	<del>6</del>
5回目	<del>7</del>	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>0</del>
6回目	<del>1</del>	<del>2</del>	<del>3</del>	4
7回目	5	6	7	8
8回目	<del>9</del>	<del>0</del>	<del>1</del>	<del>2</del>
9回目	3	4	5	<del>6</del>
10回目	<del>7</del>	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>0</del>
11回目	<del>1</del>	<del>2</del>	<del>3</del>	4
12回目	5	6	<del>7</del>	<del>8</del>
...				

また、持っている、持っていないはこの40回の繰り返しになっているので、 $250 \div 40 = 6$ 余り10より、作業の直後、全員が持っているのは250回の作業のうち  $16 \times 6 + 3 = \underline{99}$ 回 です。