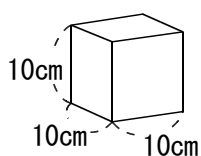


2022年度 浅野中学校(問題)

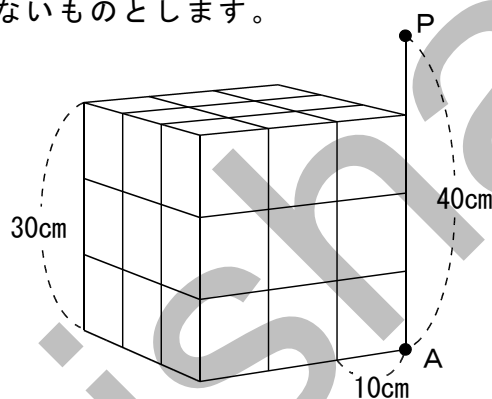
(50 分)

- 5 [図1]のような1辺の長さが10cmの立方体Xを27個用意し、これを[図2]のように平らな床の上に積み重ねて1辺の長さが30cmの立方体Yを作りました。そして、立方体Yの頂点Aの真上40cmのところにある電球Pでこの立方体を照らしました。このとき、後の問いに答えなさい。ただし、電球Pはすべての方向を照らすものとし、電球の大きさは考えないものとします。



立方体X

[図1]



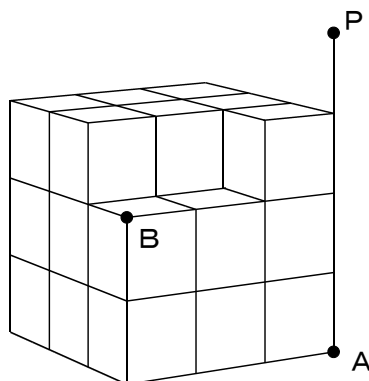
立方体Y

[図2]

- (1) 電球Pによって床の上にできる立方体Yの影の面積は何 cm^2 ですか。

以下、 ～ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

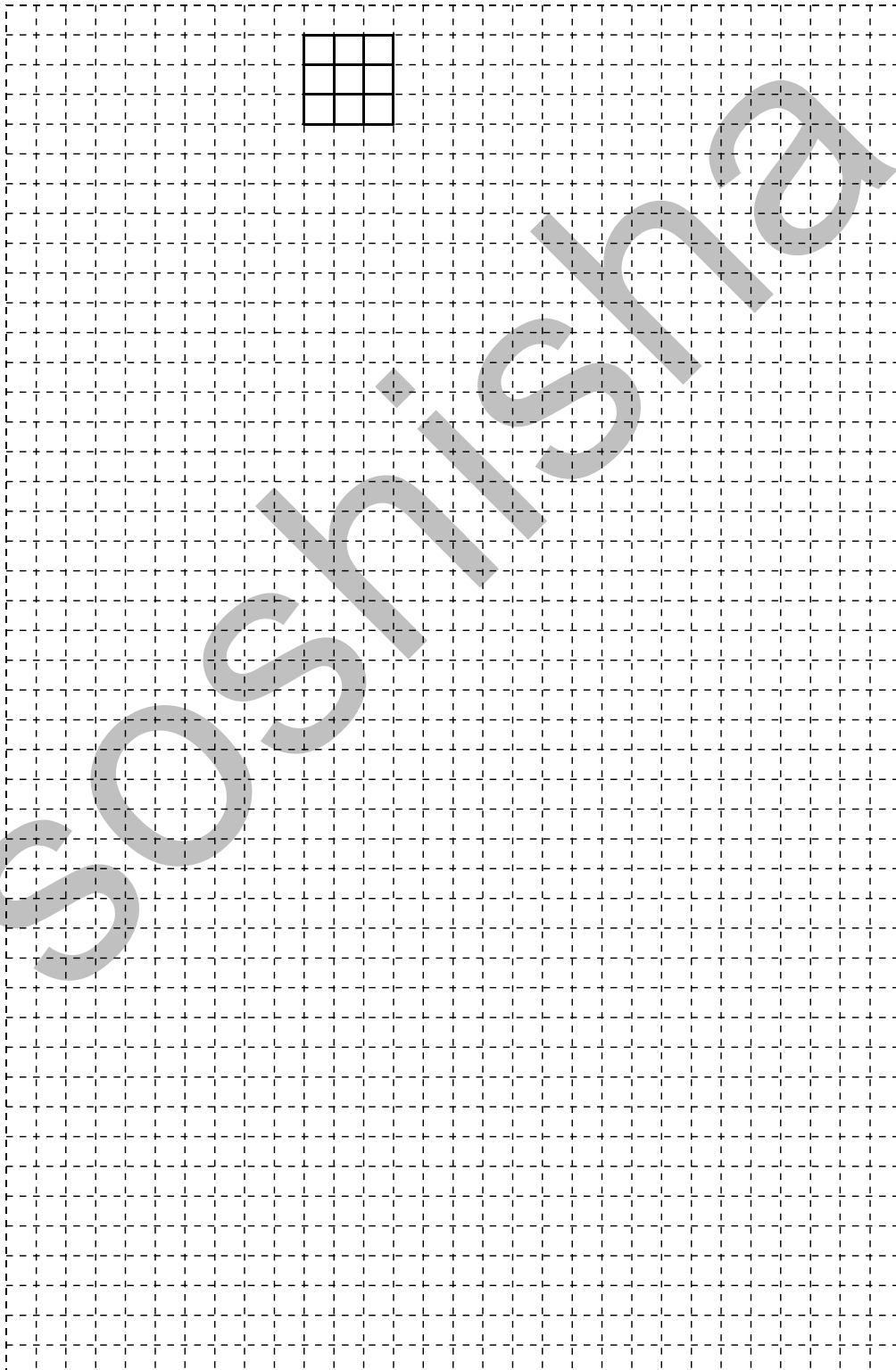
- (2) [図2]の立方体Yの上段から立方体を2個取り除いた[図3]のような立体を作り、[図2]と同じ場所にある電球Pによってこの立体を照らしました。このとき、床の上にできる点Bの影は、点Aから cm のところにあります。また、床の上にできるこの立体の影の面積は、(1)で求めた影の面積よりも cm^2 小さくなります。



[図3]

- (3) [図2]の立方体Yの上段には立方体Xが全部で9個あります。このうち1つだけを取り除いてできる9種類の立体に対して、それぞれ[図2]と同じ場所にある電球Pによって立体を照らし、床の上にできる影の面積を考えます。このとき床の上にできる影の面積は、大きさが同じものを1通りと考えると全部で 通りあり、そのうち面積が最大のものと最小のものの差は cm^2 となります。

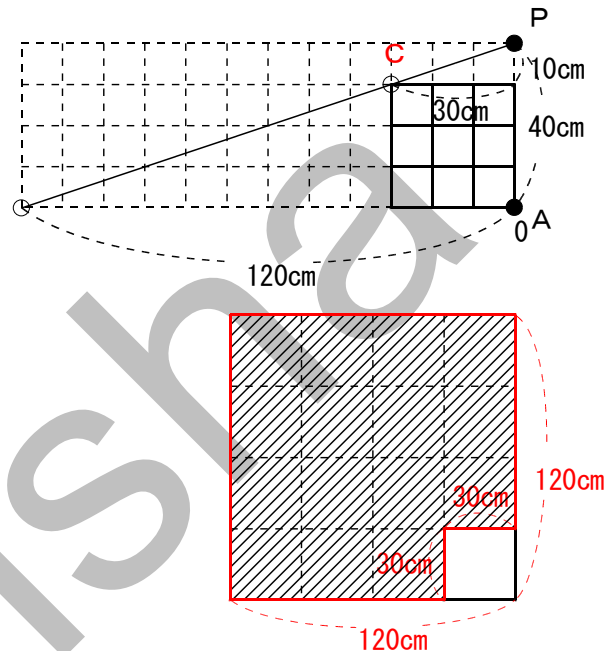
<作図用>



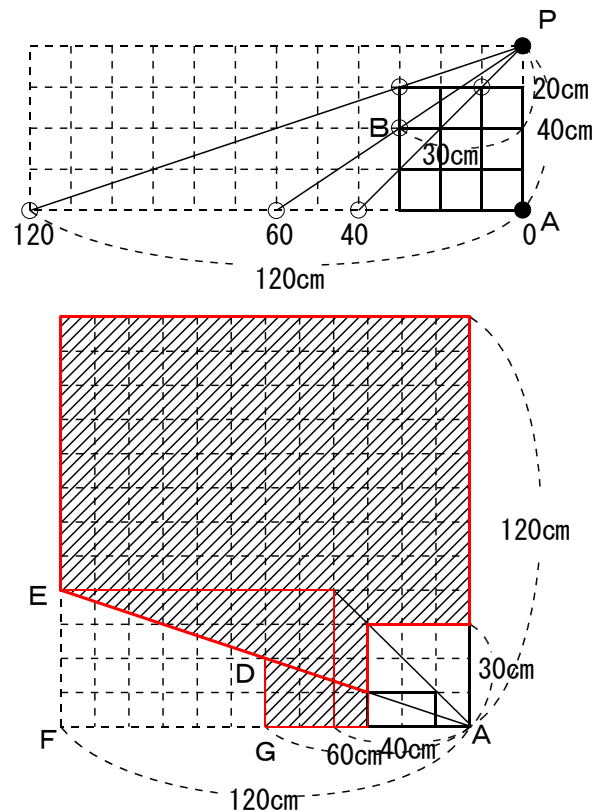
2022年度 浅野中学校(解説)

5

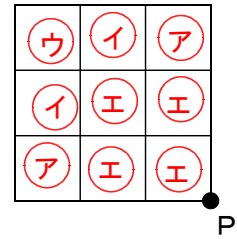
- (1) 右図で、 $10\text{cm} : 30\text{cm} = 1 : 3$ より、
 点Bの影は、Aから $40 \times 3 = 120\text{cm}$
 離れた位置にできる。
 また、立体の辺とその影は平行に
 なることに注意すると、
 立体の影は右下図のようになる。
 よって、立体Yの影の面積は
 $120 \times 120 - 30 \times 30$
 $= 14400 - 900$
 $= \underline{13500\text{cm}^2}$ です。



- (2) 右図で、 $20\text{cm} : 30\text{cm} = 2 : 3$ より、
 点Bの影は、Aから、
 $40 \times \frac{3}{2} = \underline{60\text{cm}}$ ・・ア
 離れた位置にできる。
 よって、図3の立体の影は
 右下図の斜線部分のようになる。
 右下図で、 $DF = 10 \times \frac{60}{30} = 20\text{cm}$,
 $EF = 10 \times \frac{120}{30} = 40\text{cm}$,
 $FG = 120 - 60 = 60\text{cm}$ なので、
 立体の影の面積は(1)で求めた面積より
 台形DEFGの面積
 $(40 + 20) \times 60 \div 2 = \underline{1800\text{cm}^2}$ ・・イ
 小さくなります。



- (3) 立方体 Y を真上から見ると右図のようになり、
 上段の立方体 X 9 個から 1 個を取り除いたとき、
 床にできる影の面積は、右図の ア, イ, ウ, エ から
 1 個取ったときの面積の 4 通り あり。ある。
 ただし、エ から 1 個取ったときの影の面積は (1) の
 面積に等しいのでこれが影の最大面積。…(あ)



また、

ア の 1 個を取り除いたとき…

右図から、立体の影は
 右下図の斜線部分のようになる。
 右下図において、

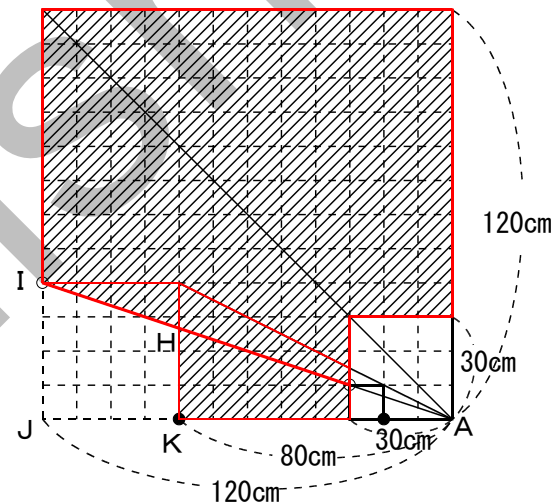
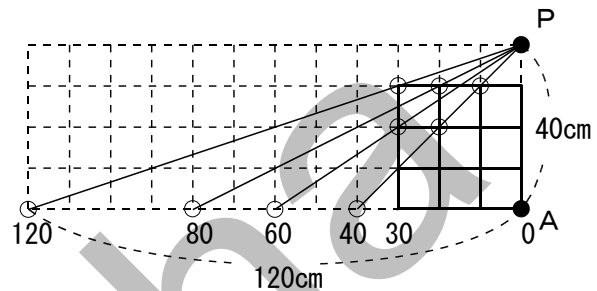
$$IJ = 10 \times \frac{120}{30} = 40\text{cm},$$

$$HK = 10 \times \frac{80}{30} = \frac{80}{3}\text{cm},$$

$JK = 120 - 80 = 40\text{cm}$ となるので、
 この影の面積は(あ)より、

$$\left(40 + \frac{80}{3}\right) \times 40 \times \frac{1}{2} = \frac{4000}{3}$$

$$= 1333\frac{1}{3}\text{cm}^2 \quad \text{少ない}$$



また、イ の 1 個を取り除いたとき…

立体の影は、右下図の斜線部分
 のようになる。
 右下図において

$$MN = 10 \times \frac{120}{30} = 40\text{cm},$$

$$LO = LQ - OQ$$

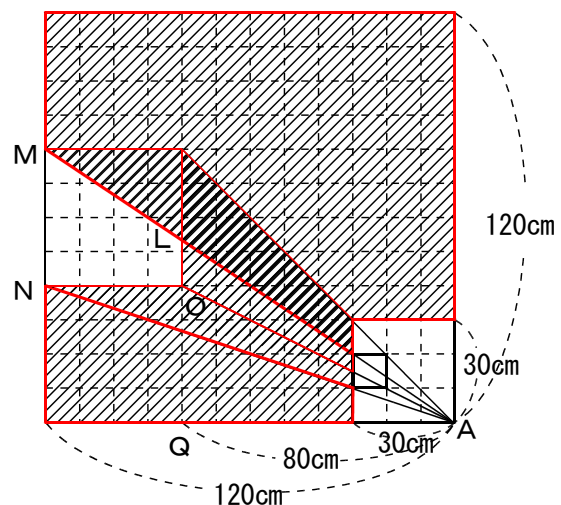
$$= 20 \times \frac{80}{30} - 10 \times \frac{80}{20}$$

$$= \frac{160}{3} - 40 = \frac{40}{3}\text{cm}$$

となるので、この影の面積は
 (あ)より、

$$\left(40 + \frac{40}{3}\right) \times 40 \times \frac{1}{2} = \frac{3200}{3}$$

$$= 1066\frac{2}{3}\text{cm}^2 \quad \text{少ない}$$



また、㊦を取り除いたとき・・

立体の影は右図の斜線部分のようになる。よって、(あ)より、

$$40 \times 40 = 1600\text{cm}^2 \text{ 少ない。}$$

以上の結果から、㊦を取り除いたとき、

影の面積は最小になり、最大面積との差は
 1600cm^2 ..エ となります。

