

2021年度 江戸川学園取手中学校(問題)

5

[50 分試験 (4 科目型, 英語型) の受験生のみ解答すること。]

下の(例)のように, 同じ整数を 3 回かけた数の答えは, 連続する奇数の和で表すことができます。

$$\begin{aligned} \text{(例)} \quad & 2 \times 2 \times 2 = 3 + 5 \\ & 3 \times 3 \times 3 = 7 + 9 + 11 \\ & 5 \times 5 \times 5 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29 \end{aligned}$$

このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) $6 \times 6 \times 6$ を連続する奇数の和で表しなさい。
- (2) $10 \times 10 \times 10$ を連続する奇数の和で表したとき, その奇数の中で一番小さい奇数と一番大きい奇数の和を求めなさい。
- (3) $(2 \times 2 \times 2) + (3 \times 3 \times 3) + (4 \times 4 \times 4) + \cdots + (20 \times 20 \times 20)$ を求めなさい。
答えだけでなく, 途中の計算や考え方も書きなさい。

2021年度 江戸川学園取手中学校(解説)

5

- (1) $2 \times 2 \times 2$ は連続する 2 個の奇数の和,
 $3 \times 3 \times 3$ は連続する 3 個の奇数の和,
 $4 \times 4 \times 4$ は連続する 4 個の奇数の和, $\dots$
 となっているので, $6 \times 6 \times 6$ が連続する 6 個の奇数の和になると仮定すると,
 6 個の奇数の平均は $6 \times 6 \times 6 \div 6 = 6 \times 6 = 36$ なので,
 真ん中の 2 個は 35 と 37。
 よって, 小さい方 3 つは 35, 33, 31 で, 大きい方 3 つは 37, 39, 41。
 したがって, $6 \times 6 \times 6 = 31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41$ です。
- (2) $10 \times 10 \times 10$ が連続する 10 個の奇数の和になると仮定すると,
 10 個の平均は $10 \times 10 \times 10 \div 10 = 10 \times 10 = 100$ なので,
 真ん中の 2 個は 99 と 101。
 よって, 一番小さい数は 99, 97, 95, $\dots$ の $10 \div 2 = 5$ 番目なので,
 $99 - 2 \times (5 - 1) = 91$ 。
 一番大きい数は 101, 103, 105, $\dots$ の 5 番目なので,
 $101 + 2 \times (5 - 1) = 109$ 。
 したがって, 一番小さい奇数と一番大きい奇数の和は $109 + 91 = \underline{200}$ です。
- (3) $20 \times 20 \times 20$ が連続する 20 個の奇数の和になると仮定すると,
 20 個の平均は $20 \times 20 \times 20 \div 20 = 20 \times 20 = 400$ なので,
 真ん中の 2 個は 399 と 401。一番大きい数は
 401, 403, 405, $\dots$ の $20 \div 2 = 10$ 番目なので
 $401 + 2 \times (10 - 1) = 419$ 。
 よって,
 $(2 \times 2 \times 2) + (3 \times 3 \times 3) + (4 \times 4 \times 4) + \dots + (20 \times 20 \times 20)$
 $= (3 + 5) + (7 + 9 + 11) + (13 + 15 + 17 + 19) + \dots (\dots + 419)$
 $= (1 + 3 + 5 + \dots + 419) - 1 \dots (7)$ となる。
 419 は $(419 + 1) \div 2 = 420 \div 2 = 210$ 番目の奇数なので,
 $1 + 3 + 5 + \dots + 419 = 210 \times 210 = 44100$ 。
 よって, $(7) = 44100 - 1 = \underline{44099}$ です。