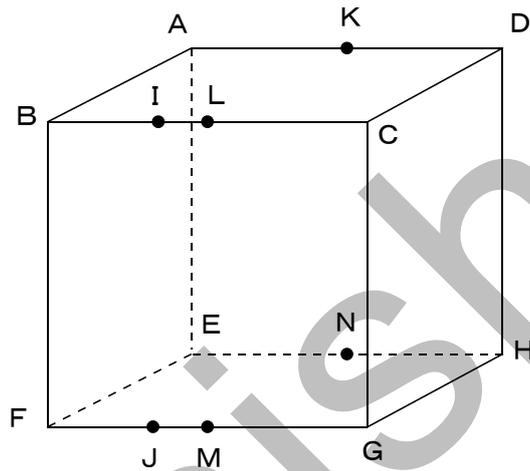


2021年度 豊島岡女子学園中学校(問題)

- 6 下の図のように、1辺の長さが6cmの立方体 $ABCD-EFGH$ があります。辺 BC 、 FG の上に、 $BI = FJ = 2\text{cm}$ となるような点 I 、 J をとります。辺 AD 、 BC 、 FG 、 EH の真ん中の点をそれぞれ K 、 L 、 M 、 N とすると、次の各問いに答えなさい。

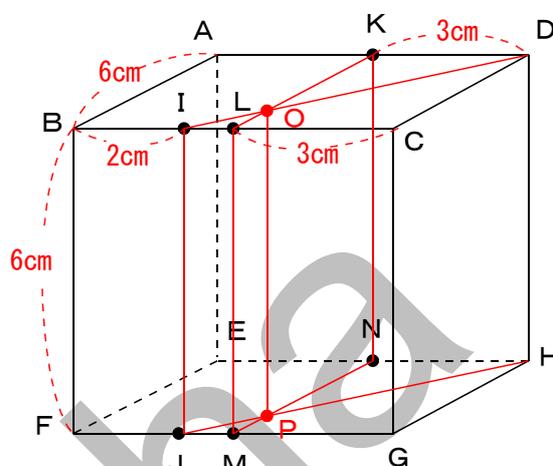


- (1) 直方体 $ABLK-EFMN$ と三角柱 $ICD-JGH$ が重なった部分の体積は何 cm^3 ですか。
- (2) 四角柱 $BFL-AEHL$ と三角柱 $ICD-JGH$ が重なった部分の体積は何 cm^3 ですか。
- (3) 四角柱 $BFL-AEHL$ と三角すい $D-JGH$ が重なった部分の体積は何 cm^3 ですか。

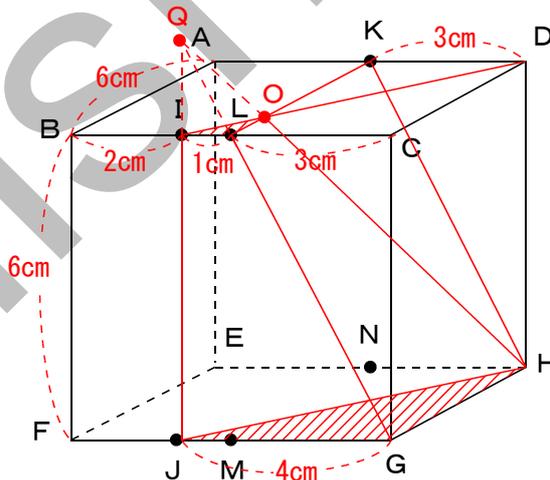
2021年度 豊島岡女子学園中学校(解説)

6

- (1) 右図で、重なった部分は、三角柱 $OIL-PJM$ 。
 $\triangle OIL$ と $\triangle ODK$ は相似で
 $IL = 6 - (2 + 3) = 1\text{cm}$ より、
 相似比は $1 : 3$ 。よって、
 $OL = 6 \times \frac{1}{3+1} = 6 \times \frac{1}{4} = 1.5\text{cm}$
 なので、重なった部分の体積は
 $1 \times 1.5 \div 2 \times 6 = \underline{4.5\text{cm}^3}$ です。

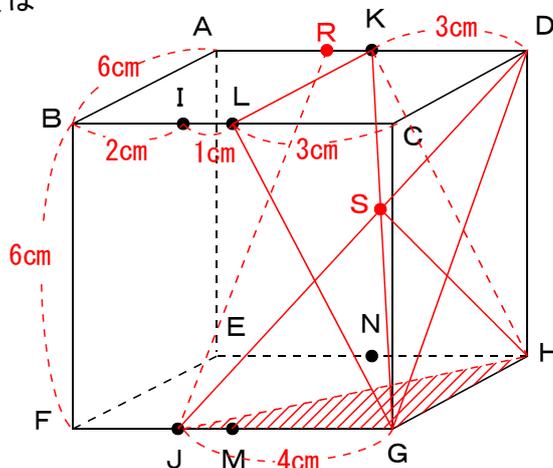


- (2) 重なった部分は、右図で
 三角すい台 $OIL-HJG$ 。
 右図で三角すい $Q-OIL$ と
 三角すい $Q-HJG$ は相似で、
 相似比は $IL : JG = 1 : 4$ なので、
 $QI : IJ = 1 : 4$ 。
 よって、 $QI : IJ = 1 : (4 - 1)$
 $= 1 : 3$
 なので、 $QI = 6 \times \frac{1}{3} = 2\text{cm}$ 。
 $\triangle OIL$ の面積が
 $1 \times 1.5 \div 2 = 0.75\text{cm}^2$ なので、
 三角すい $Q-OIL$ の体積は
 $0.75 \times 2 \times \frac{1}{3} = 0.5\text{cm}^3$ 。



- また、三角すい $Q-OIL$ と三角すい $Q-HJG$ の体積比は
 $1 \times 1 \times 1 : 4 \times 4 \times 4 = 1 : 64$ なので、三角すい $Q-HJG$ の体積は
 $0.5 \times 64 = 32\text{cm}^3$ 。
 よって、重なった部分の三角すい台の体積は
 $32 - 0.5 = \underline{31.5\text{cm}^3}$ です。

- (3) AD 上に $AR = 2\text{cm}$ となる点 R をとると、
 $\triangle DJG$ は平面 $RGJD$ 上にあり、
 この平面と面 $LGHK$ の交わりが
 直線 KG 。よって、 $\triangle DJG$ の
 辺 DJ と面 $LGHK$ の交点は
 辺 DJ と KG の交点となる。
 この交点を右図のように S とすると、
 四角柱 $BFGJL-AEHK$ と三角すい
 $D-JGH$ が重なった部分は
 三角すい $S-JGH$ となる。



三角すい $S-JGH$ において、

$\triangle JGH$ の面積は $6 \times 4 \div 2 = 12\text{cm}^2$ 。

また、 $\triangle SJG$ と $\triangle SDK$ は相似で相似比は

$JG : KD = 4 : 3$ なので、 $GS : SK = 4 : 3$ 。

よって、 $\triangle JGH$ を底面とする三角すい $S-JGH$ の高さは

$$6 \times \frac{4}{4+3} = 6 \times \frac{4}{7} = \frac{24}{7} \text{cm}。$$

よって、求める体積は $12 \times \frac{24}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{96}{7} = 13\frac{5}{7} \text{cm}^3$ です。

Soshisha