

2021年度 洗足学園中学校(問題)

- 5 1 より小さい、分母が 4 以下の既約分数(それ以上約分できない分数)を小さい順にすべて並べると、

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$$

となり、この分数との列を「分母 4 のグループ」と呼ぶことにします。このようなグループにおいて、隣り合う 2 つの分数の差を求めると、必ず分子が 1 になることが知られています。

例えば分母 4 のグループでは

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}, \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$$

です。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 分母 5 のグループの分数のうち小さい方から 5 番目の分数を答えなさい。また、分母 5 のグループの隣り合う分数の差の中で最も小さいものを答えなさい。
- (2) 分母 10 のグループには分数が全部で何個ありますか。
- (3) あるグループでは、 $\frac{2}{5}$ と $\frac{3}{7}$ の間に 1 つだけ分数が入ります。この分数を答えなさい。なお、この問題は解答までの考え方を表す式や文章・図などを書きなさい。

2021年度 洗足学園中学校(解説)

5

(1) 分母 5 のグループは、

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} \quad \text{なので,}$$

$$\text{小さい順に } \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}.$$

よって、小さい方から 5 番目は $\frac{1}{2}$ です。

$$\text{隣り合う差は順に, } \frac{1}{20}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20} \text{ となるので,}$$

最も小さい差は $\frac{1}{20}$ です。

(2) 分母 10 のグループは

$$\frac{\square}{10} \cdots \square = 1, 3, 7, 9 \text{ の 4 個, } \frac{\square}{9} \cdots \square = 1, 2, 4, 5, 7, 8 \text{ の 6 個,}$$

$$\frac{\square}{8} \cdots \square = 1, 3, 5, 7 \text{ の 4 個, } \frac{\square}{7} \cdots \square = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \text{ の 6 個,}$$

$$\frac{\square}{6} \cdots \square = 1, 5 \text{ の 2 個, } \frac{\square}{5} \cdots \square = 1, 2, 3, 4 \text{ の 4 個,}$$

$$\frac{\square}{4} \cdots \square = 1, 3 \text{ の 2 個, } \frac{\square}{3} \cdots \square = 1, 2 \text{ の 2 個, } \frac{\square}{2} \cdots \square = 1 \text{ の 1 個.}$$

よって、全部で、 $4 + 6 + 4 + 6 + 2 + 4 + 2 + 2 + 1 = 31$ 個 あります。

(3) 求める分数を $\frac{B}{A}$ とすると、

$$\frac{B}{A} - \frac{2}{5} = \frac{5 \times B - 2 \times A}{A \times 5} \text{ となるがグループ内の隣り合う分数の分子は 1 なので,}$$

$$5 \times B - 2 \times A = 1 \cdots (7).$$

$$\text{同様に, } \frac{3}{7} - \frac{B}{A} = \frac{3 \times A - 7 \times B}{7 \times A} \text{ より,}$$

$$3 \times A - 7 \times B = 1 \cdots (1).$$

(7), (1) から、 $5 \times B - 2 \times A = 3 \times A - 7 \times B$ となるので、

$$5 \times B = 3 \times A - 7 \times B + 2 \times A.$$

$$\text{よって, } 5 \times B = 5 \times A - 7 \times B, \quad 5 \times A = 5 \times B + 7 \times B,$$

$$5 \times A = 12 \times B \text{ となる.}$$

したがって、 $A : B = 12 : 5$ となるので、

$$\frac{B}{A} = \frac{5}{12} \text{ です。}$$

2021年度 洗足学園中学校(解答)

① (1) 202.1 (2) $\frac{39}{40}$

② (1) 40 枚 (2) 45 (3) 16 冊 (4) $\frac{5}{14}$ 倍

③ (1) 12 (2) 8.25cm (3) 930 個 (4) 2916m

④ (1) 5 : 1 (2) 10 時 50 分 (3) 11 時 50 分

⑤ (1) 小さい方から 5 番目 : $\frac{1}{2}$, 差が最も小さいもの : $\frac{1}{20}$

(2) 31 個 (3) $\frac{5}{12}$