2021年度　立教女学院中学校(問題)

4　図１のように，点Ｏを中心とする半径 6cm の円と半径 4cm の円の周上にそれぞれ点Ｐ，Ｑがあります。この状態から，２点Ｐ，Ｑは矢印の向きに同じ速さで同時に出発し，円周上を動きます。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は 3.14 として，計算しなさい。

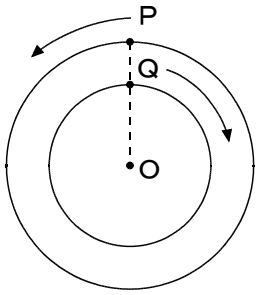
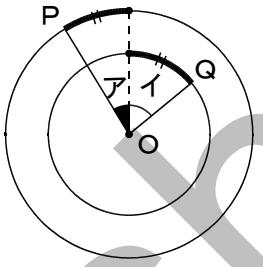


図１



印をつけた部分の
長さは等しい

図２

(1)　三角形ＯＰＱの面積が最も大きくなるとき，その面積は何 cm^2 ですか。

(2)　図２において，角アの大きさと角イｋの大きさの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(3)　３点Ｏ，Ｐ，Ｑがはじめて一直線上に並ぶのは，点Ｐが点Ｏを中心とする半径 6cm の円周上を何 cm 進んだときですか。

(4)　図２のような角アを”点Ｐが進んだ角”とよぶことにします。図１の次に，３点Ｏ，Ｐ，Ｑが再び「Ｏ，Ｐ，Ｑ」の順に一直線上に並ぶのは，”点Ｐが進んだ角”が何度になるときですか。

(5)　３点Ｏ，Ｐ，Ｑが「Ｏ，Ｐ，Ｑ」の順に一直線上に並ぶ回数をＮとします。つまり，(4)の状態をＮ＝１と数えます。最初の位置(図１)で，再び３点Ｏ，Ｐ，Ｑが「Ｏ，Ｐ，Ｑ」の順に一直線上に並ぶのはＮがいくつのときですか。

soshisha

2021年度　立教女学院中学校(解説)

4

(1)

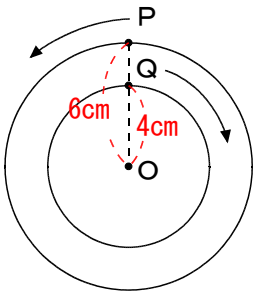


図１

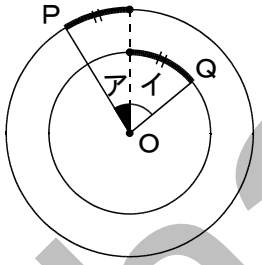


図２

印をつけた部分の
長さは等しい

△ＯＰＱの面積が最大になるのは，ＯＰとＯＱが垂直になるときで，
面積は 6 × 4 ÷ 2 ＝ 12cm² です。

(2)　点Ｐ，Ｑが動く円の相似比は，半径の比から
6 : 4 ＝ 3 : 2。
よって，図２において，印をつけた部分の長さを１とすると，
角アと角イの大きさの比は $1 \div 3 : 1 \div 2 = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} =$ 2 : 3 です。

(3)　３点Ｏ，Ｐ，Ｑがはじめて一直線上に並ぶとき，角ＰＯＱ＝ 180° なので，
角アの大きさは $180 \times \frac{2}{3+2} = 180 \times \frac{2}{5} =$ 72° 。
よって，点Ｐが円周上を $6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{72}{360} = 6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{5}$
$= \frac{12}{5} \times 3.14 = 2.4 \times 3.14 =$ 7.536cm 進んだときです。

(3)　３点Ｏ，Ｐ，Ｑが次に，この順に一直線上に並ぶのは，ＯＰとＯＱが重なるときなのでアの角とイの角の和が 360° となるとき。
このとき，アの角，つまり点Ｐが進んだ角は
$360 \times \frac{2}{3+2} = 360 \times \frac{2}{5} =$ 144 度 です。

(4)　点Ｐの進んだ角が 144 度と 360 度の最小公倍数となるとき。
144 ＝ 72 × 2，360 ＝ 72 × 5 より，最小公倍数は
72 × 2 × 5 ＝ 720 度。
(4)より，３点Ｏ，Ｐ，Ｑは点Ｐが 144 度進むごとに，この順に一直線上に並ぶので 720 ÷ 144 ＝ 5 より，Ｎ＝ 5 のときです。

soshisha