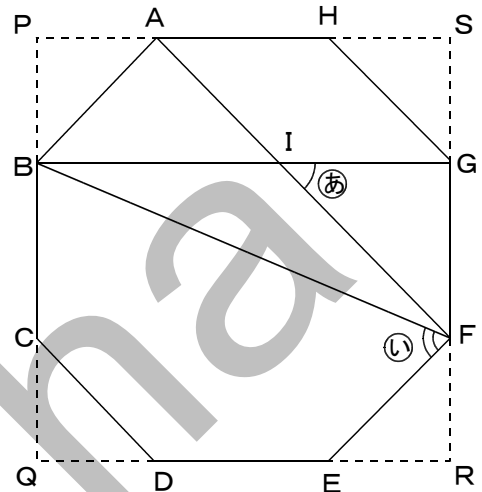


2021年度 香蘭女学校中等科(問題)

- 4 右の図のように、正方形 $PQRS$ の 4 つの角から同じ形の直角二等辺三角形を切り取り、正八角形 $ABCDEFGH$ を作りました。以下の問いに答えなさい。

- ① 角 あ の大きさは何度ですか。
- ② 角 い の大きさは何度ですか。
- ③ 三角形 APB と三角形 FGI の面積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。



2021年度 香蘭女学校中等科(解説)

4

- ① 右図で、正方形の4すみから切り取った直角二等辺三角形は合同なので、
 $SA = SF$ となるので、
 $\triangle SAF$ は直角二等辺三角形。
 よって、角 $SAF = 45$ 度。
 また、 AS と CG は平行なので同位角は
 等しいから、

角 $\textcircled{あ}$ = 角 $SAF = 45$ 度 です。

- ② 右図で、●印の角の大きさはすべて45度
 なので、角 $BAF = 180 - 45 \times 2 = 90$ 度。
 よって、直角三角形 ABF と直角三角形 GBF において、
 $AF = GB$ 、 BF は共通なので、この2つの三角形は合同。
 したがって、角 $AFB = \text{角}GBF$ となるので、 $\triangle IBF$ において、
 角 $\textcircled{あ}$ はこの三角形の外角なので角 $IFB = \text{角}\textcircled{あ} \times \frac{1}{2} = 45 \times \frac{1}{2} = 22.5$ 度。

よって、右上図から、角 $\textcircled{い}$ の大きさは

$180 - (45 \times 2 + 22.5) = 180 - 112.5 = 67.5$ 度 です。

(別解) 図の正八角形は対角線 DH について線対称なので、角 $CBF = \text{角}\textcircled{い}$
 となる。また、五角形 $BCDEF$ の内角の和は $180 \times (5 - 2) = 540$ 度で、
 角 $BCD = \text{角}CDE = \text{角}DEF = 180 - 45 = 135$ 度なので、
 角 $\textcircled{い}$ の大きさは $(540 - 135 \times 3) \div 2 = 135 \div 2 = 67.5$ 度 です。

- ③ $\triangle APB \cdots (ア)$ と $\triangle FGI$ は、ともに
 直角二等辺三角形で、 $AB = GF$ (
 正八角形の辺)。
 また、 IF の真ん中の点を J とすると、
 $\triangle GIJ$ と $\triangle GFJ \cdots (イ)$ は合同な直角
 二等辺三角形となり、(ア)、(イ)の3個の
 直角二等辺三角形は合同。
 よって、 $\triangle FGI$ の面積は $\triangle APB$ の面積
 の2倍になるので、
 $\triangle APB$ と $\triangle FGI$ の面積比は
1:2 です。

