

2021年度 普連土学園中学校(問題)

- 7 次の文章は中学 3 年生の町子さんと小学校 6 年生の三太君の会話です。空欄に適するものを入れなさい。

町子：今日は次のような問題を一緒に考えてみるわよ。
下の表のように 1 から順に数を並べていきます。

1	2	6	12	20		
3	4	5	11	19		
7	8	9	10	18		
13	14	15	16	17		

...

⋮

この後も数は続いていきます。30 まで書いていくとどうなるか、解答欄 ① の表に 21 から 30 までの数を書き込んでみてね。

三太：これはすぐできるね。こんな感じになるね。

町子：その通りよ。

ここからは分かりやすいように、上から 1 行目、2 行目、…、左から 1 列目、2 列目、…と呼ぶことにするわ。

この数字の並びを見てみて、何か気づくことはないかしら。

三太：とりあえず左上から斜めに数を見ていくと、1, 4, 9, 16 かあ。なるほど規則性があるね。その規則を式や文章で説明してい見ると ② という感じだね。

ということは、上から 10 行目、左から 10 列目の数は ③ になるのかな。

町子：あってるわよ。他に何か気づくことはないかしら。

三太：今度は上から 1 行目の数を左から順に眺めてみると、1, 2, 6, 12, 20 かあ。なるほど、最初の 1 を除けば規則性がありそうだね。その規則を式や文章で説明してみると ④ という感じだね。そうすると上から 1 行目、左から 10 列目の数字は ⑤ となりそうだね。

町子：いい調子よ。では、これらを踏まえて、次の問題を考えてみましょう。

上から 1 行目～20 行目まで、左から 1 列目～20 列目までの 400 個の数を合計するといくつになるかしら。

三太：上から 20 行目、左から 20 列目の数は ⑥ だから、400 個の数を合計すると

⑦ だね。

町子：その通り。では最後の問題よ。

上から 1 行目～ 19 行目まで、左から 1 列目～ 21 列目までのすべての数を合計するといくつになるかしら。

三太：今度は簡単には計算できないね。一つ一つ段階を追って考えていくことにしよう。

先程求めた の値との違いを考えていくと、今度は上から 19 行目までなので、上から 20 行目にある、先程は足していた数の合計は だね。

また、上から 1 行目、左から 21 行目の数が であることを踏まえれば、左から 21 列目にある、先程は足さなかったけれども、今度は足さなければいけない数の合計は だね。

だから求めたかった、上から 1 行目～ 19 行目まで、左から 1 列目～ 21 列目までのすべての数の合計は だね。

町子：大正解。よく頑張ったわね。

2021年度 普連土学園中学校(解説)

7

①

1	2	6	12	20	30	
3	4	5	11	19	29	
7	8	9	10	18	28	
13	14	15	16	17	27	
21	22	23	24	25	26	

...

...のようになります。

⋮

- ② 表において、上から 1 行, 2 行, 3 行, ..., 左から 1 列, 2 列, 3 列, ...とすると (1 行 1 列), (2 行 2 列), (3 行, 3 列), ...の数は
 1, 4, 9, 16, 25, ...となっていて, これは
 $1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, \dots, \dots$ ② となっています。
 よって, (10 行 10 列)の数は $10 \times 10 = 100$...③ になります。

- ④ 1 行目の数について,
 2 までに, たて 1 個, 横 2 個の長方形に数が並び, 2 はその最後の数なので
 $2 = 1 \times 2$ 。
 6 までに, たて 2 個, 横 3 個の長方形に数が並び, 6 はその最後の数なので,
 $6 = 2 \times 3$ 。
 12 までに, たて 3 個, 横 4 個の長方形に数が並び 12 はその最後の数なので,
 $12 = 3 \times 4$ 。
 つまり, 1 行目に並ぶ 1, 2, 6, 12, 20 は 1 を除くと,
 $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5$...④ のようになっている。
 よって, 1 行目の左から 10 列目の数字は上の規則の $10 - 1 = 9$ 番目なので,
 $9 \times 10 = 90$...⑤ です。

- ⑥ 20 行 20 列の数は $20 \times 20 = 400$...⑥ で,
 上から 1 行目～20 行目まで, 左から 1 列目～20 列目までには, 1 から 400 までの
 並ぶのでこれら 400 個の数を合計すると
 $1 + 2 + 3 + \dots + 400 = (1 + 400) \times 400 \div 2 = 80200$...⑦ です。

- ⑧ 上から 1 行目～ 19 行目まで、左から 1 列目
～ 21 列目までのすべての数の合計について・・

⑦との違いを考えると、

上から 20 行目にある足していた数は、
最初が $400 - 20 + 1 = 381$ から、400 までの
20 個の合計なので、

$$(381 + 400) \times 20 \div 2 = 7810 \cdots \textcircled{8}。$$

また、上から 1 行目、左から 21 列目の数が

④の規則の $21 - 1 = 20$ 番目なので、

$$20 \times 21 = 420 \cdots \textcircled{9}。$$

19 行 21 列の数が $420 - 19 + 1 = 402$ なので、

今度は足さなければならない数の合計は

$$402 + 403 + \cdots + 420 = (402 + 420) \times 19 \div 2 = 822 \times 19 \div 2 = 7809 \cdots \textcircled{10}$$

となるので、求める合計は

$$80200 - 7810 + 7809 = 80199 \cdots \textcircled{11} \text{ です。}$$

	1列		20列	21列
1行				420
19行				402
20行	381		400	401