

2021年度 普連土学園中学校(問題)

- 7 次の文章は中学3年生の町子さんと小学校6年生の三太君の会話です。空欄に適するものを入れなさい。

町子：今日は次のような問題を一緒に考えてみるわよ。

下の表のように1から順に数を並べていきます。

1	2	6	12	20		
3	4	5	11	19		
7	8	9	10	18		
13	14	15	16	17		

⋮

...

この後も数は続いていきます。30まで書いていくとどうなるか、解答欄①の表に21から30までの数を書き込んでみてね。

三太：これはすぐできるね。こんな感じになるね。

町子：その通りよ。

ここからは分かりやすいように、上から1行目、2行目、…、左から1列目、2列目、…と呼ぶことにするわ。

この数字の並びを見てみて、何か気づくことはないかしら。

三太：とりあえず左上から斜めに数を見ていくと、1, 4, 9, 16かあ。なるほど規則性があるね。その規則を式や文章で説明してい見ると②という感じだね。

ということは、上から10行目、左から10列目の数は③になるのかな。

町子：あってるわよ。他に何か気づくことはないかしら。

三太：今度は上から1行目の数を左から順に眺めてみると、1, 2, 6, 12, 20かあ。なるほど、最初の1を除けば規則性がありそうだね。その規則を式や文章で説明してみると④という感じだね。そうすると上から1行目、左から10列目の数字は⑤となりそうだね。

町子：いい調子よ。では、これらを踏まえて、次の問題を考えてみましょう。

上から1行目～20行目まで、左から1列目～20列目までの400個の数を合計するといくつになるかしら。

三太：上から20行目、左から20列目の数は⑥だから、400個の数を合計すると

⑦だね。

町子：その通り。では最後の問題よ。

上から 1 行目～19 行目なで、左から 1 列目～21 列目までのすべての数を合計するといくつになるかしら。

三太：今度は簡単には計算できないね。一つ一つ段階を追って考えていくことにしよう。

先程求めた の値との違いを考えていくと、今度は上から 19 行目までなので、上から 20 行目にある、先程は足していた数の合計は だね。

また、上から 1 行目、左から 21 行目の数が であることを踏まえれば、左から 21 列目にある、先程は足さなかつたけれども、今度は足さなければいけない数の合計は だね。

だから求めたかった、上から 1 行目～19 行目まで、左から 1 列目～21 列目までのすべての数の合計は だね。

町子：大正解。よく頑張ったわね。

2021年度 普連土学園中学校(解説)

7

①

1	2	6	12	20	30	▲	
3	4	5	11	19	29		
7	8	9	10	18	28		
13	14	15	16	17	27		
21	22	23	24	25	26	▲	

...

…のようになります。

⋮

- ② 表において、上から 1 行、2 行、3 行、…、左から 1 列、2 列、3 列、…とすると
 (1 行 1 列)、(2 行 2 列)、(3 行、3 列)、…の数は
 1, 4, 9, 16, 25, … なっています。これは
 $1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, \dots$ ② なっています。
 よって、(10 行 10 列)の数は $10 \times 10 = 100$ ③ になります。

- ④ 1 行目の数について、

2 までに、たて 1 個、横 2 個の長方形に数が並び、2 はその最後の数なので
 $2 = 1 \times 2$ 。

6 までに、たて 2 個、横 3 個の長方形に数が並び、6 はその最後の数なので、

$$6 = 2 \times 3$$

12 までに、たて 3 個、横 4 個の長方形に数が並び 12 はその最後の数なので、
 $12 = 3 \times 4$ 。

つまり、1 行目に並ぶ 1, 2, 6, 12, 20 は 1 を除くと、

$$1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5 \dots ④$$

よって、1 行目の左から 10 列目の数字は上の規則の $10 - 1 = 9$ 番目なので、
 $9 \times 10 = 90$ ⑤ です。

- ⑥ 20 行 20 列の数は $20 \times 20 = 400$ ⑥ で、

上から 1 行目～20 行目まで、左から 1 列目～20 列目までには、1 から 400 までの
 並ぶのでこれら 400 個の数を合計すると

$$1 + 2 + 3 + \dots + 400 = (1 + 400) \times 400 \div 2 = 80200 \dots ⑦$$

- ⑧ 上から 1 行目～19 行目まで、左から 1 列目～21 列目のすべての数の合計について…

⑦との違いを考えると、

上から 20 行目にある足していた数は、

最初が $400 - 20 + 1 = 381$ から、400 までの

20 個の合計なので、

$$(381 + 400) \times 20 \div 2 = 7810 \cdots ⑧。$$

また、上から 1 行目、左から 21 列目の数が

④の規則の $21 - 1 = 20$ 番目なので、

$$20 \times 21 = 420 \cdots ⑨$$

19 行 21 列の数が $420 - 19 + 1 = 402$ なので、

今度は足さなければならぬ数の合計は

$$402 + 403 + \cdots + 420 = (402 + 420) \times 19 \div 2 = 822 \times 19 \div 2 = 7809 \cdots ⑩$$

となるので、求める合計は

$$80200 - 7810 + 7809 = 80199 \cdots ⑪$$

	1列	20列 21列	
1行			420
19行			402
20行	381	400	401