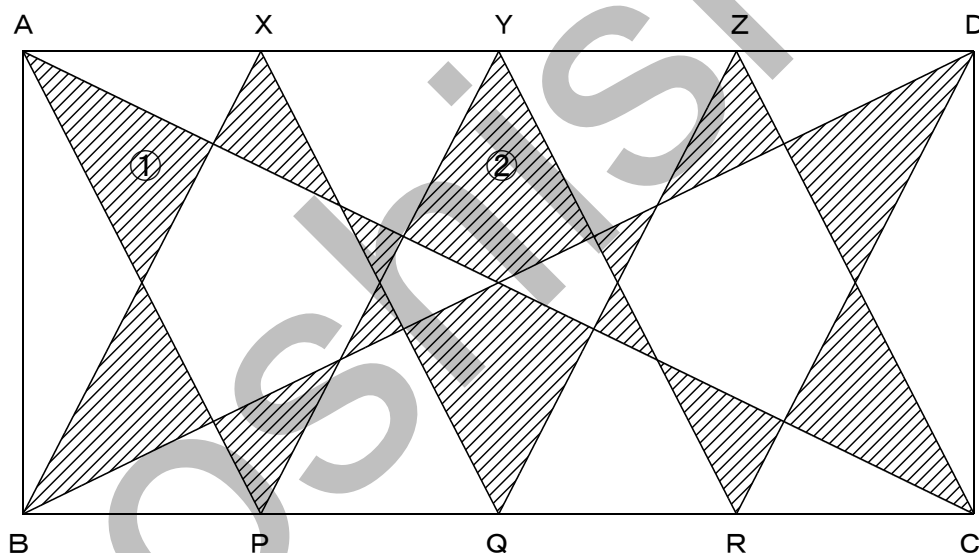


2021年度 芝中学校(問題)

10 下の図のような長方形 $ABCD$ があり、点 P 、 Q 、 R は辺 BC を、点 X 、 Y 、 Z は辺 AD をそれぞれ 4 等分しています。

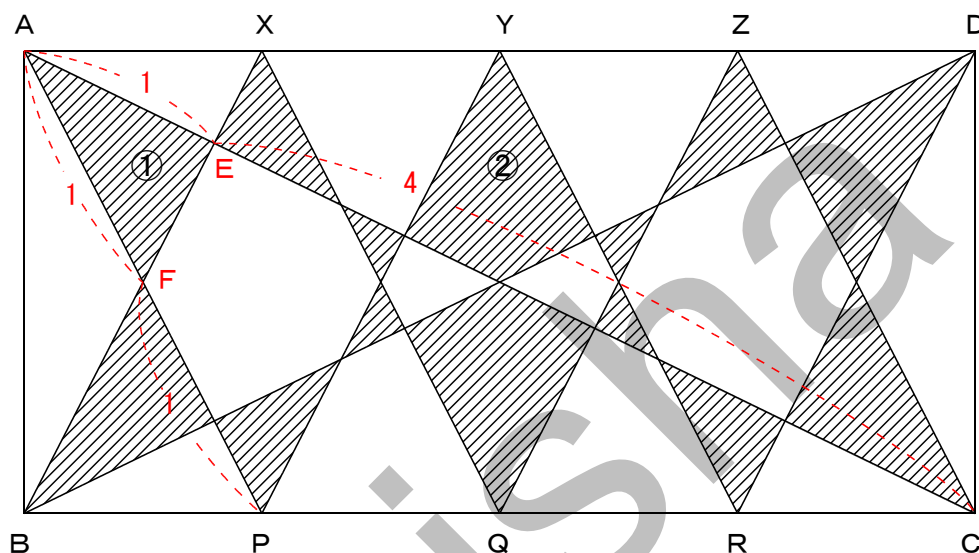
- (1) 斜線部分①の面積は、長方形 $ABCD$ の面積の 倍です。
- (2) 斜線部分②の面積は、長方形 $ABCD$ の面積の 倍です。
- (3) 斜線部分をすべて合わせた面積は、長方形 $ABCD$ の面積の 倍です。



2021年度 芝中学校(解説)

10

(1)



上図で、 $\triangle AEX$ と $\triangle CEB$ は相似で、相似比は

$AX : CB = 1 : 4$ なので、 $AE : EC = 1 : 4$ 。

また、 $\triangle AFX$ と $\triangle FCB$ は合同なので、 $AF : FB = 1 : 1$ なので、

①の面積は $\triangle APC$ の面積の $\frac{1}{1+4} \times \frac{1}{1+1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$ 。

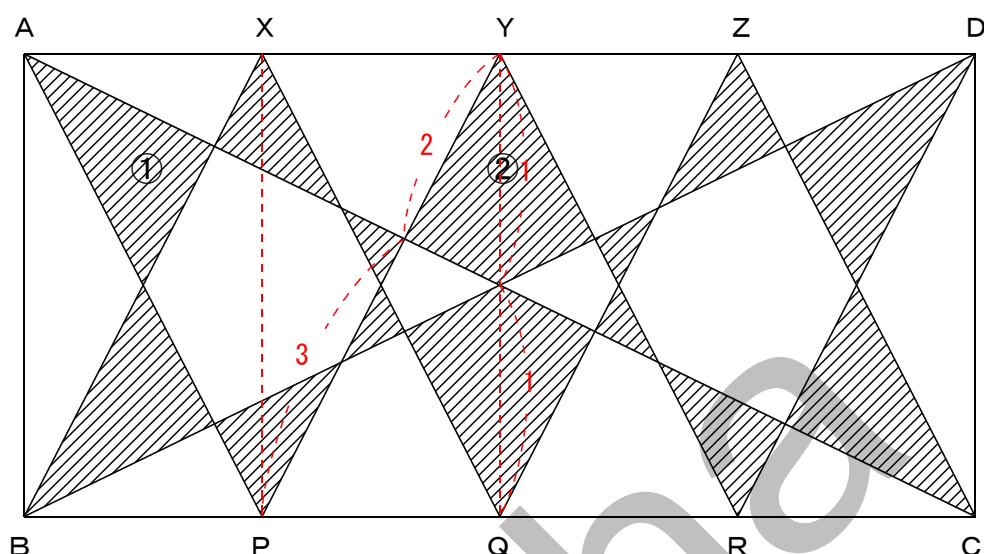
また、長方形 $ABCD$ の面積を1とすると、

$\triangle ABC$ の面積は $\frac{1}{2}$ なので、 $BC : PC = 4 : 3$ より、

$\triangle APC$ の面積は $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ なので、①の面積は $\frac{3}{8} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{80}$ となる。

よって、斜線部分①の面積は長方形 $ABCD$ の面積の $\frac{3}{80}$ 倍です。

(2)



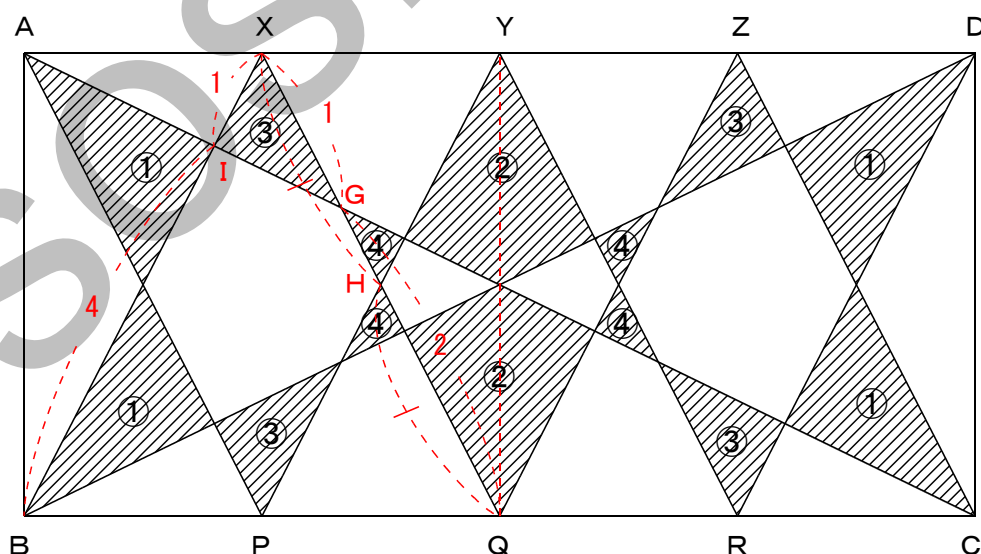
上図で、長方形 ABCD の面積を 1 とすると、 $\triangle Y P Q$ の面積は $\frac{1}{8}$ なので、

$$\textcircled{2} \text{ の面積の半分は } \frac{1}{8} \times \frac{2}{2+3} \times \frac{1}{1+1} = \frac{1}{8} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{40}。$$

よって、 $\textcircled{2}$ の面積は $\frac{1}{40} \times 2 = \frac{1}{20}$ となるので、斜線部分 $\textcircled{2}$ の面積は長方形

ABCD の面積の $\frac{1}{20}$ 倍 です。

(3)



上図で、長方形 ABCD の面積を 1 とすると、 $\triangle X B Q$ の面積は

$$1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ なので、上図の } \textcircled{3} \text{ の面積は } \frac{1}{4} \times \frac{1}{1+4} \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{60}。$$

また、上図で、 $\textcircled{3}$ と $\textcircled{4}$ は相似で、 $X Q = 1$ とすると、 $X G = 1 \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$ ，

$$X H = \frac{1}{2} \text{ より, } G H = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ となるので, 相似比は } X G : G H$$

$$= \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 6 : 3 = 2 : 1. \text{ よって, 面積比は } 2 \times 2 : 1 \times 1 = 4 : 1 \text{ なので,}$$

$$\textcircled{4} \text{ の面積は } \frac{1}{60} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{240} \text{ となる。}$$

したがって, 上図より, 斜線部分全体の面積は

$$\frac{3}{80} \times 4 + \frac{1}{20} \times 2 + \frac{1}{60} \times 4 + \frac{1}{240} \times 4$$

$$= \frac{3}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{60} = \frac{9+6+4+1}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}. \text{ つまり, 長方形 } A B C D \text{ の面積}$$

の $\frac{1}{3}$ 倍 です。