

2021年度 世田谷学園中学校(問題)

6

水の入った2つの容器A，Bがあります。

以下のように，交互に水を移しかえていく操作を順々に行いました。

操作① 容器Aの水の $\frac{1}{2}$ を容器Bに入れる。

操作② 容器Bの水の $\frac{1}{3}$ を容器Aに入れる。

操作③ 容器Aの水の $\frac{1}{4}$ を容器Bに入れる。

操作④ 容器Bの水の $\frac{1}{5}$ を容器Aに入れる。

操作⑤ 容器Aの水の $\frac{1}{6}$ を容器Bに入れる。

操作⑥ 容器Bの水の $\frac{1}{7}$ を容器Aに入れる。

操作⑦ 容器Aの水の $\frac{1}{8}$ を容器Bに入れる。

はじめは容器Aには容器Bより 840cm^3 多く水が入っていました。その後，操作⑤が終了したとき，容器Bには容器Aより 560cm^3 多く水が入っていました。

このとき，次の問いに答えなさい。

- (1) はじめに容器Aには何 cm^3 の水が入っていましたか。
- (2) 操作⑦が終了したとき容器Aには何 cm^3 の水が入っていますか。

2021年度 世田谷学園中学校(解説)

6

- (1) 初め容器Bに入っていた水量を比の1とすると・・

初めに容器Aに入っていた水量は $1 + 840\text{cm}^3$ 。

操作①後・・Aには $(1 + 840\text{cm}^3) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + 420\text{cm}^3$,

Bには $1 + (1 + 840\text{cm}^3) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + 420\text{cm}^3$ 。

操作②後・・Aには $\frac{1}{2} + 420\text{cm}^3 + \left(\frac{3}{2} + 420\text{cm}^3\right) \times \frac{1}{3} = 1 + 560\text{cm}^3$,

Bには $\left(\frac{3}{2} + 420\text{cm}^3\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 1 + 280\text{cm}^3$ 。

操作③後・・Aには $(1 + 560\text{cm}^3) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} + 420\text{cm}^3$,

Bには $1 + 280\text{cm}^3 + (1 + 560\text{cm}^3) \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4} + 420\text{cm}^3$ 。

操作④後・・Aには $\frac{3}{4} + 420\text{cm}^3 + \left(\frac{5}{4} + 420\text{cm}^3\right) \times \frac{1}{5} = 1 + 504\text{cm}^3$,

Bには $\left(\frac{5}{4} + 420\text{cm}^3\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 1 + 336\text{cm}^3$ 。

操作⑤後・・Aには $(1 + 504\text{cm}^3) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{5}{6} + 420\text{cm}^3$,

Bには $1 + 336\text{cm}^3 + (1 + 504\text{cm}^3) \times \frac{1}{6} = \frac{7}{6} + 420\text{cm}^3$ 。

操作⑥後・・Aには $\frac{5}{6} + 420\text{cm}^3 + \left(\frac{7}{6} + 420\text{cm}^3\right) \times \frac{1}{7} = 1 + 480\text{cm}^3$,

Bには $\left(\frac{7}{6} + 420\text{cm}^3\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) = 1 + 360\text{cm}^3$ 。

操作⑦後・・Aには $(1 + 480\text{cm}^3) \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{7}{8} + 420\text{cm}^3$, .. (7)

Bには $1 + 360\text{cm}^3 + (1 + 480\text{cm}^3) \times \frac{1}{8} = \frac{9}{8} + 420\text{cm}^3$.. (1)

・・となるので, (1) - (7) より, $\frac{9}{8} - \frac{7}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ が 560cm^3 を表す。

よって, 初め容器Bに入っていた水量1は $560 \div \frac{1}{4} = 560 \times 4 = 2240\text{cm}^3$

となるので, 最初に容器Aに入っていた水量は $2240 + 840 = \underline{3080\text{cm}^3}$ です。

- (2) 水量1が 2240cm^3 なので, (7)より, 操作⑦が終了したときの容器Aの水量は

$2240 \times \frac{7}{8} + 420 = 1960 + 420 = \underline{2380\text{cm}^3}$ です。